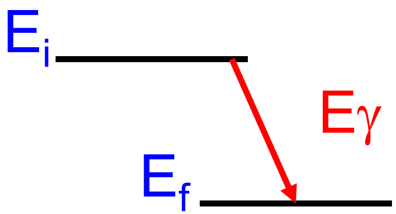
γ разпад

Енергетика на процеса



$$E_\gamma = cp_\gamma$$

$$E_i = E_f + E_\gamma + T_R$$

$$0 = \vec{p}_R + \vec{p}_\gamma \qquad p_R = p_\gamma \qquad T_R = \frac{p_R^2}{2M}$$

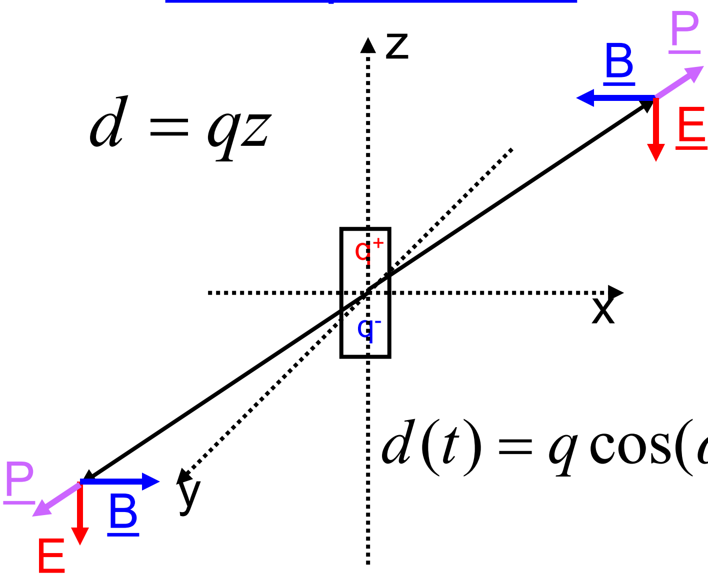
$$\Delta E = E_i - E_f = E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2M} \qquad E_\gamma = Mc^2\left[-1 \pm \sqrt{1 + 2\frac{\Delta E}{Mc^2}}\right]$$

$$\Delta E(\sim \mathrm{MeV}) \ll Mc^2(A \times 10^3 \ \ \mathrm{MeV}) \qquad E_\gamma \approx \Delta E - \frac{\Delta E^2}{2Mc^2}$$

$\sim 10^{-5}$

Диполна (L=1) е-м радиация

Електричен - Е



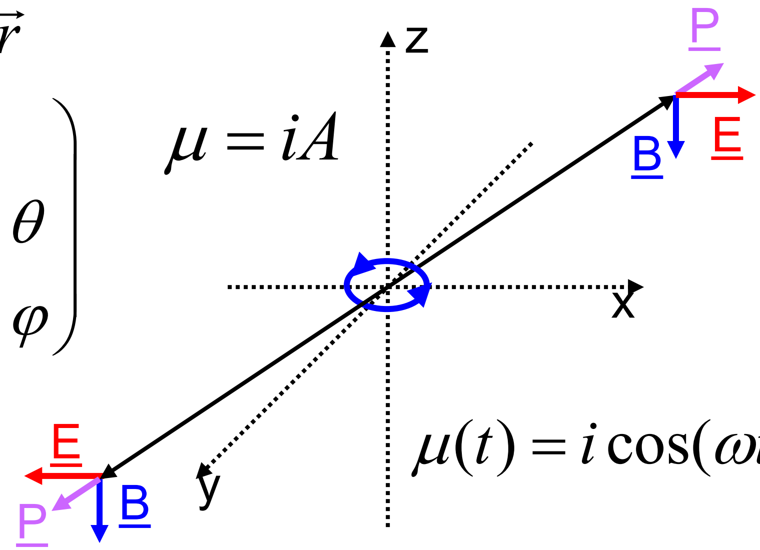
$$d = qz$$

$$d(t) = q\cos(\omega t)z$$

$$\vec{r} \to -\vec{r}$$

$$\begin{pmatrix} r \to r \\ \theta \to \pi - \theta \\ \varphi \to \pi + \varphi \end{pmatrix}$$

Магнитен - М



$$\mu = iA$$

$$\mu(t) = i\cos(\omega t)A$$

Плътност на мощността (енергията за единица време) далече от източника

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2\varepsilon_0}\frac{\omega^4}{c^3}d^2 sin^2(\theta)$$

$$P = \frac{1}{12\pi\varepsilon_0}\frac{\omega^4}{c^3}d^2$$

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2\varepsilon_0}\frac{\omega^4}{c^3}\mu^2 sin^2(\theta)$$

$$P = \frac{1}{12\pi\varepsilon_0}\frac{\omega^4}{c^3}\mu^2$$

Четност

$$\vec{B}(\vec{r}) = -\vec{B}(-\vec{r})$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}(-\vec{r})$$

$$\pi(EL=1) = - = (-1)^{L=1}$$

$$\pi(E1) = (-1)^1$$

$$\pi(ML=1) = + = (-1)^{L+1=2}$$

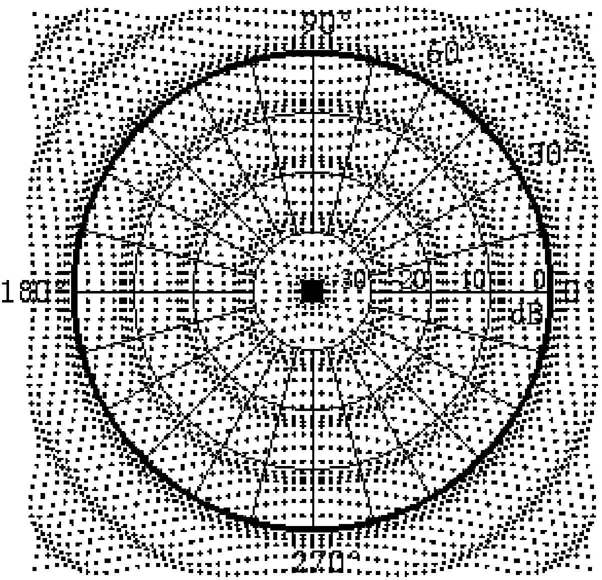
$$\pi(M1) = (-1)^2$$

N-полна е-м радиация

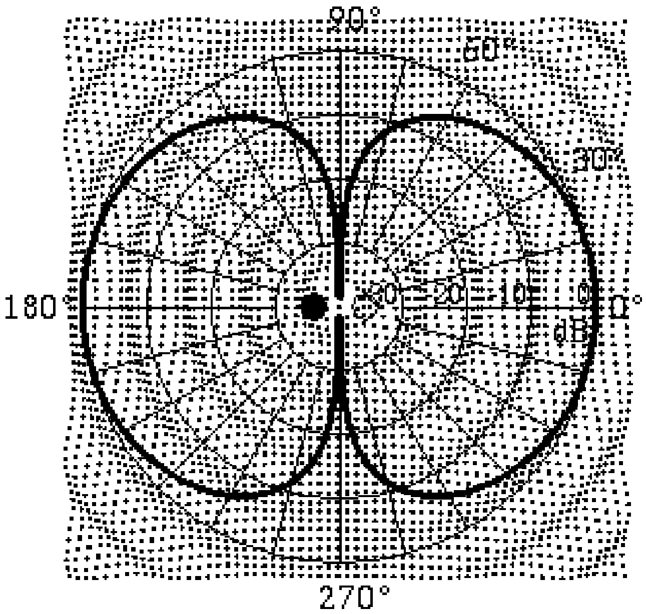
1) Ъгловото разпределени на излъчената енергия не зависи от типа на източника (магнитен или електричен), а само от мултиполността, като $P_{2L}(\cos\theta)$:

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2\varepsilon_0}\frac{\omega^4}{c^3}d^2 sin^2(\theta) \qquad P_2(\cos\theta) = 0.5(3\cos^2\theta - 1)$$

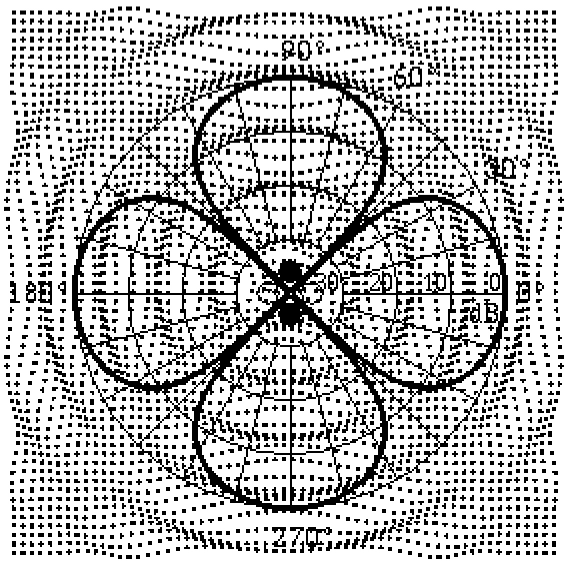
$$\frac{dP}{d\Omega} = A_0 + A_2P_2(cos\theta) + A_4P_4(cos\theta)$$



L = 0



L = 1



L = 2

N-полна е-м радиация

2) Четността на излъчените полета зависи от типа на източника (магнитен или електричен) и от мултиполността на полето:

$$\pi(EL) = (-1)^L \qquad \pi(ML) = (-1)^{L+1}$$

3) Плътността на излъчената енергия зависи от типа на източника (магнитен или електричен) и от мултиполността на полето:

$$P = \frac{1}{12\pi\varepsilon_0}\frac{\omega^4}{c^3}d^2$$

$$P = \frac{1}{12\pi\varepsilon_0}\frac{\omega^4}{c^3}\mu^2$$

$$P(\sigma L) = \frac{2(L+1)c}{\varepsilon_0 L[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{\omega}{c}\right)^{2L+2}[m(\sigma l)]^2$$

Преход към квантово описание

$$m_{fi}(\sigma L) = \int \psi^*{}_f\, \hat{m}_{fi}\psi_i d\upsilon$$

$$\lambda(\sigma L) = \frac{P(\sigma L)}{\hbar\omega} = \frac{2(L+1)}{\varepsilon_0\hbar L[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{\omega}{c}\right)^{2L+1}[m_{fi}(\sigma L)]^2$$

$$\lambda(\sigma L) = \frac{8\pi(L+1)}{\hbar L[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2L+1} B(\sigma L, I_i \to I_f)$$

$$B(\sigma L; I_i \to I_f) = \frac{\left|\left\langle I_f \,|\, M(\sigma, L) \,|\, I_i\right\rangle\right|^2}{2I_i + 1}$$

L – пълен спин на γ-кванта по отношение на ядрото ⇒ L ≥ 1

Оценки на Weisskopf

$$B(\sigma L; I_i \to I_f) = \left|\langle I_f | M(\sigma L) | I_i \rangle\right|^2 / (2I_i + 1)$$

Оператори :предполагаме, че само един нуклеон участва в прехода!

$$\hat{Q}_{\lambda\mu} = \sum_{i=1}^{A} e_i r_i^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\theta_i, \varphi_i)$$

$$\approx e r^L Y_L(\theta, \varphi)$$

$$\hat{M}_{\lambda\mu} = \mu_N \sum_{i=1}^{A} (g_s^{(i)} \vec{s}_i + \frac{2}{\lambda+1} g_l^{(i)} \vec{l}_i).[\nabla r^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi)]_{r=r_1}$$

$$\approx \mu_N r^{L-1} Y_L(\theta, \varphi)$$

Вълнова функция – едночастичен слоест модел $\quad \left| Nljj_z s \right\rangle \propto R(r) Y_l(\theta, \varphi) \chi_s$

EL: $$M(EL) = e\int R^*_i(r) r^L R_f(r) r^2 dr \int Y^*_{l_i} Y_L Y_{l_f} d\Omega \int \chi^*_{s_i} \chi_{s_f} ds$$

ML: $$M(ML) = \mu_N \int R^*_i(r) r^{L-1} R_f(r) r^2 dr \int Y^*_{l_i} Y_L Y_{l_f} d\Omega \int \chi^*_{s_i} \chi_{s_f} ds$$

- при прехода спиновото състояние не се променя

$$s_i \equiv s_f \qquad \int \chi^*_{s_i} \chi_{s_i} ds = 1$$

EL: $$M(EL) = e\int R^*_i(r) r^L R_f(r) r^2 dr \int Y^*_{l_i} Y_L Y_{l_f} d\Omega$$

ML: $$M(ML) = \mu_N \int R^*_i(r) r^{L-1} R_f(r) r^2 dr \int Y^*_{l_i} Y_L Y_{l_f} d\Omega$$

- прехода се извършва от състояние с ℓ = L в състояние с L=0

$$l_i = L \qquad l_f = 0$$

$$\int Y^*_L Y_L Y_0 d\Omega = Y_0$$

EL: $$M(EL) = eY_0 \int R^*_i(r) r^L R_f(r) r^2 dr$$

ML: $$M(ML) = \mu_N Y_0 \int R^*_i(r) r^{L-1} R_f(r) r^2 dr$$

Оценки на Weisskopf

$$B(\sigma L; I_i \to I_f) = \left|\left\langle I_f \,|\, M(\sigma L) \,|\, I_i \right\rangle\right|^2 / (2I_i + 1)$$

EL: $M(EL) = eY_0 \int R^*_i(r) r^L R_f(r) r^2 dr$ **ML:** $M(ML) = \mu_N Y_0 \int R^*_i(r) r^{L-1} R_f(r) r^2 dr$

- за радиалната част предполагаме:

$$R(r) = \begin{cases} const & r \le R \\ 0 & r > R \end{cases} \qquad (const)^2 \int_0^R r^2 dr = 1 \quad const = \sqrt{3/R^3}$$

EL: $\int_0^R \sqrt{3/R^3}\, r^L \sqrt{3/R^3}\, r^2 dr = \frac{3}{R^3} \int_0^R r^{L+2} dr = \frac{3}{L+3} R^L$

ML: $\int_0^R \sqrt{3/R^3}\, r^{L-1} \sqrt{3/R^3}\, r^2 dr = \frac{3}{R^3} \int_0^R r^{L+1} dr = \frac{3}{L+2} R^{L-1} \approx \frac{3}{L+3} R^{L-1}$

$$B(EL) \simeq \frac{e^2}{4\pi} \left(\frac{3}{3+L} \right)^2 R^{2L} \qquad B(ML) \simeq \frac{10}{\pi} \left(\frac{3}{3+L} \right)^2 R^{2L-2} \mu_N^2$$

Оценки на Weisskopf

Електрични преходи

$$B(EL) \simeq \frac{e^2}{4\pi}\left(\frac{3}{3+L}\right)^2 R^{2L} = (1.2)^{2L}\frac{1}{4\pi}\left(\frac{3}{3+L}\right)^2 A^{2L/3}[\mathrm{e}^2\mathrm{fm}^{2\mathrm{L}}]$$

$$R = 1.2A^{1/3}$$

Магнитни преходи

$$B(ML) \simeq \frac{10}{\pi}\left(\frac{3}{3+L}\right)^2 R^{2L-2}\mu_N^2 = (1.2)^{2L-2}\frac{10}{\pi}\left(\frac{3}{3+L}\right)^2 A^{(2L-2)/3}[\mu_N{}^2\mathrm{fm}^{2\mathrm{L-2}}]$$

$$\lambda(\sigma L) = \frac{8\pi(L+1)}{\hbar L[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{E_\gamma}{\hbar c}\right)^{2L+1} B(\sigma L, I_i \to I_f)$$

$$\lambda(E1) = 1.02\times 10^{14}A^{2/3}E_\gamma^3$$

$$\lambda(E2) = 7.28\times 10^{7}A^{4/3}E_\gamma^5$$

$$\lambda(E3) = 3.39\times 10\ \ A^{2}E_\gamma^7$$

$$\lambda(E4) = 1.07\times 10^{-5}A^{8/3}E_\gamma^9$$

Минимални стойности за дадена масова област!

Естествени единици!

$$\lambda(M1) = 3.15\times 10^{13}E_\gamma^3$$

$$\lambda(M2) = 2.24\times 10^{7}A^{2/3}E_\gamma^5$$

$$\lambda(M3) = 1.04\times 10\ \ A^{4/3}E_\gamma^7$$

$$\lambda(M4) = 3.27\times 10^{-6}A^{2}E_\gamma^9$$

- енергетична зависимост – при равни други условия вероятността за преход намалява с намаляване енергията на излъчвания γ-квант!
- мултиполна зависимост – при равни други условия вероятността за преход намалява с увеличаване мултиполността на излъчвания γ-квант!
- зависимост от типа на прехода – при равни други условия вероятността за преход с излъчване на магнитен γ-квант е по-малка от вероятността за преход с излъчване на електричен γ-квант !

Оценки на Weisskopf

Електрични преходи | **Магнитни преходи**

$$B(EL) = (1.2)^{2L} \frac{1}{4\pi} \left(\frac{3}{3+L} \right)^2 A^{2L/3} [\mathrm{e^2 fm^{2L}}] \qquad B(ML) = (1.2)^{2L-2} \frac{10}{\pi} \left(\frac{3}{3+L} \right)^2 A^{(2L-2)/3} [\mu_N{}^2 \mathrm{fm^{2L-2}}]$$

$$\lambda(\sigma L) = \frac{8\pi(L+1)}{\hbar L[(2L+1)!!]^2} \left(\frac{E_\gamma}{\hbar c} \right)^{2L+1} B(\sigma L, I_i \to I_f)$$

$$\lambda(E1) = 1.02 \times 10^{14} A^{2/3} E_\gamma^3 \qquad \lambda(M1) = 3.15 \times 10^{13} E_\gamma^3$$

$$\lambda(E2) = 7.28 \times 10^{7} A^{4/3} E_\gamma^5 \qquad \lambda(M2) = 2.24 \times 10^{7} A^{2/3} E_\gamma^5$$

$$\lambda(E3) = 3.39 \times 10 \ A^{2} E_\gamma^7 \qquad \lambda(M3) = 1.04 \times 10 \ A^{4/3} E_\gamma^7$$

$$\lambda(E4) = 1.07 \times 10^{-5} A^{8/3} E_\gamma^9 \qquad \lambda(M4) = 3.27 \times 10^{-6} A^{2} E_\gamma^9$$

$$\lambda(E1) = 1.587 \times 10^{15} E_\gamma^3 B(E1) \qquad \lambda(M1) = 1.779 \times 10^{13} E_\gamma^3 B(M1)$$

$$\lambda(E2) = 1.223 \times 10^{9} E_\gamma^5 B(E2) \qquad \lambda(M2) = 1.371 \times 10^{7} E_\gamma^5 B(M2)$$

$$\lambda(E3) = 5.698 \times 10^{2} E_\gamma^7 B(E3) \qquad \lambda(M3) = 6.387 \times 10^{0} E_\gamma^7 B(M3)$$

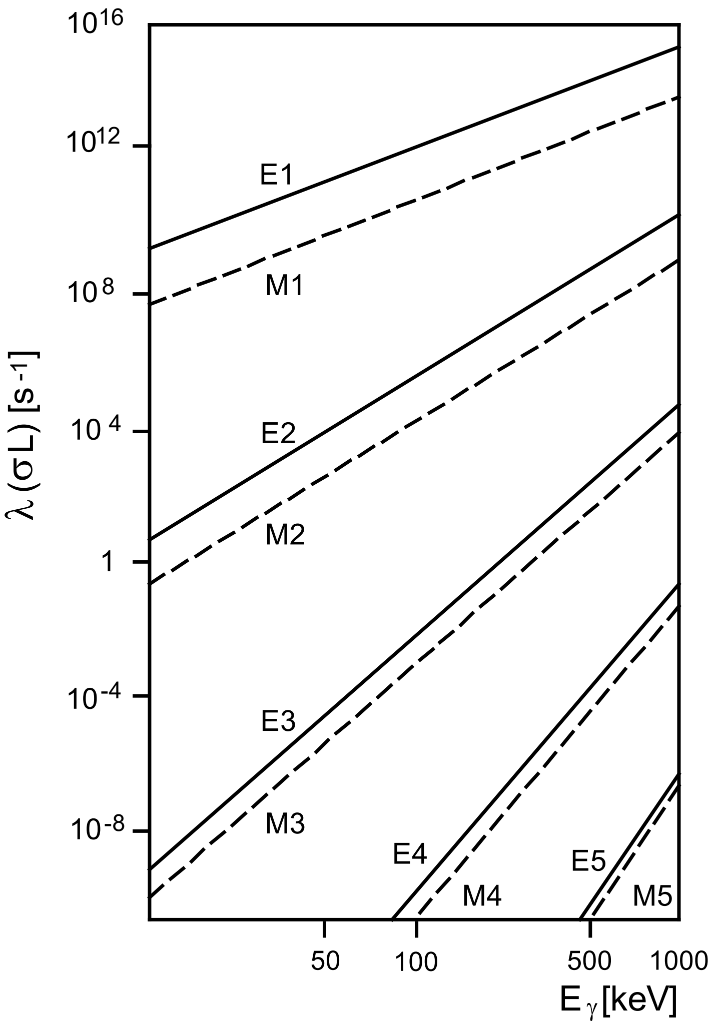
$$\lambda(E4) = 1.694 \times 10^{-4} E_\gamma^9 B(E4) \qquad \lambda(M4) = 1.899 \times 10^{-6} E_\gamma^9 B(M4)$$

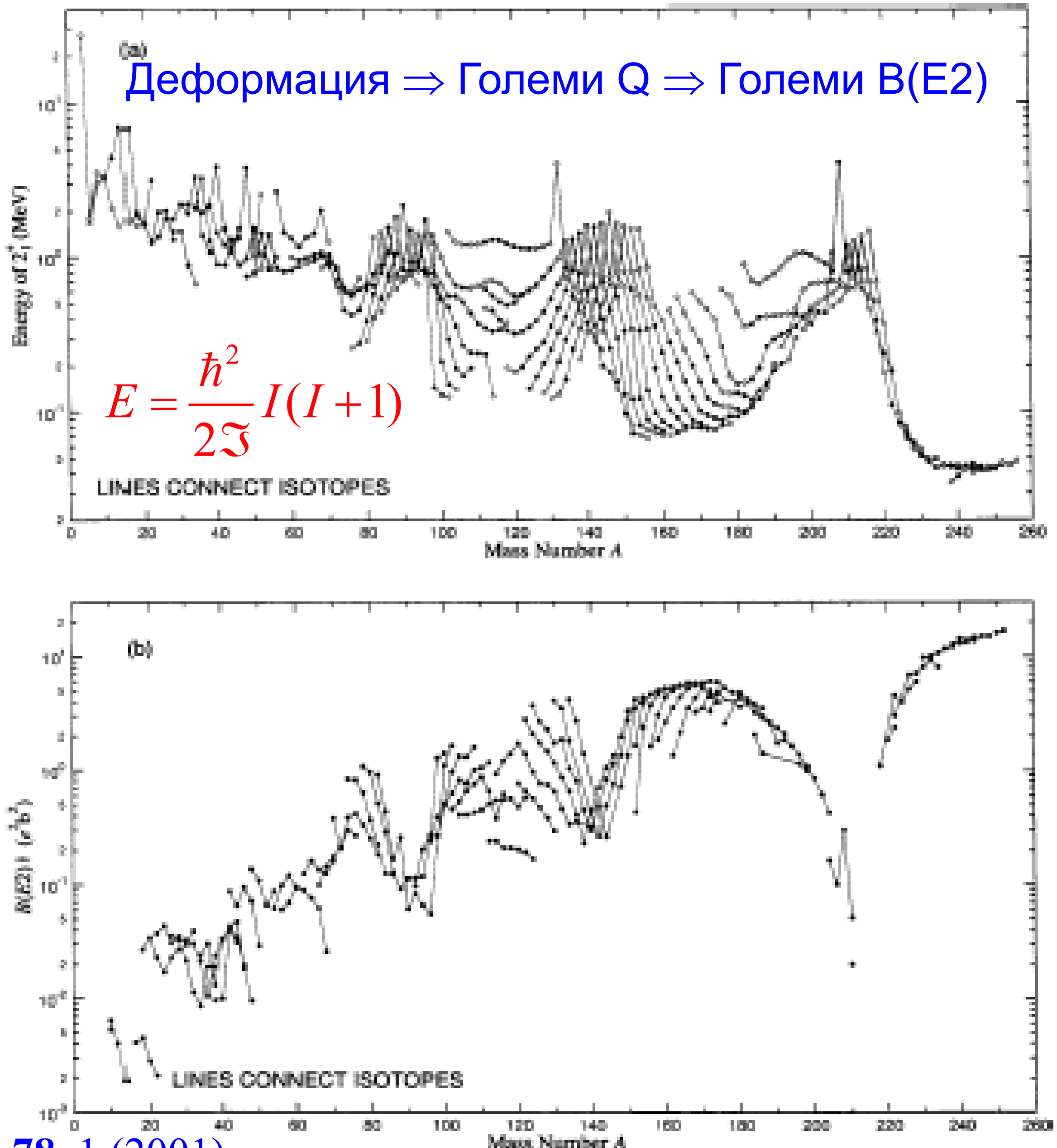
$$[E_\gamma] = \mathrm{MeV}$$

$$[B(E\lambda)] = \mathrm{e^2 fm^{2\lambda}}$$

$$[B(M\lambda)] = \mu_N{}^2 \mathrm{fm}^{2\lambda-2}$$

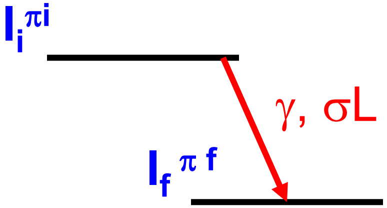
Оценки на Weisskopf





S. Raman et al.,
Atomic Data and Nuclear Data Tables **78,** 1 (2001)

Правила за отбор



$$\vec{I}_i = \vec{I}_f + \vec{L} \qquad |I_i - I_f| \le L \le I_i + I_f$$ (без L=0)

$$\pi_i = \pi_f \pi_\gamma$$

$$L = \Delta I, \Delta I+1, \Delta I+2 \,\ldots.., I_i + I_f$$

(без L=0, значение имат само най-ниските)

$$\pi_i \pi_f = \pi_\gamma = \begin{cases} \sigma = E & \pi_\gamma = (-1)^L \\ \sigma = M & \pi_\gamma = (-1)^{L+1} \end{cases}$$

$$\Delta I - \text{четно}$$
$$\Delta \pi - \text{не}$$
$$\sigma L = E\Delta I, M(\Delta I+1), E(\Delta I+2)\ldots$$

2⁺→0⁺: E2

2⁺ → 2⁺: M1/ E2

5/2⁺ → 1/2⁺: E2

7/2⁻ → 3/2⁻: E2

Коефициент на мултиполно смесване

$$\delta = \frac{\sqrt{3}}{10} \frac{E_\gamma}{\hbar c} \frac{\langle \psi_f | E2 | \psi_i \rangle}{\langle \psi_f | M1 | \psi_i \rangle}$$

$$\delta^2 = \frac{I(E2)}{I(M1)} = \frac{\lambda(E2)}{\lambda(M1)}$$

$$\frac{I(M1)}{I(E2)+I(M1)} = \frac{1}{1+\delta^2} \qquad \frac{I(E2)}{I(E2)+I(M1)} = \frac{\delta^2}{1+\delta^2}$$

$$\Delta I - \text{четно}$$
$$\Delta \pi - \text{да}$$
$$\sigma L = M\Delta I, E(\Delta I+1), M(\Delta I+2)\ldots$$

3⁻ → 1⁺: M2/E3

7/2⁺ → 3/2⁻: M2/E3

0⁺ → 4⁻: M4

$$\Delta I - \text{нечетно}$$
$$\Delta \pi - \text{не}$$
$$\sigma L = M\Delta I, E(\Delta I+1), M(\Delta I+2)\ldots$$

1⁺ → 0⁺: M1

1⁺ → 1⁺: M1/E2

5/2⁺ → 3/2⁺: M1/ E2

5/2⁻ → 3/2⁻: M1/E2

$$\Delta I - \text{нечетно}$$
$$\Delta \pi - \text{да}$$
$$\sigma L = E\Delta I, M(\Delta I+1), E(\Delta I+2)\ldots$$

3⁻ → 2⁺: E1

6⁻ → 3⁺: E3

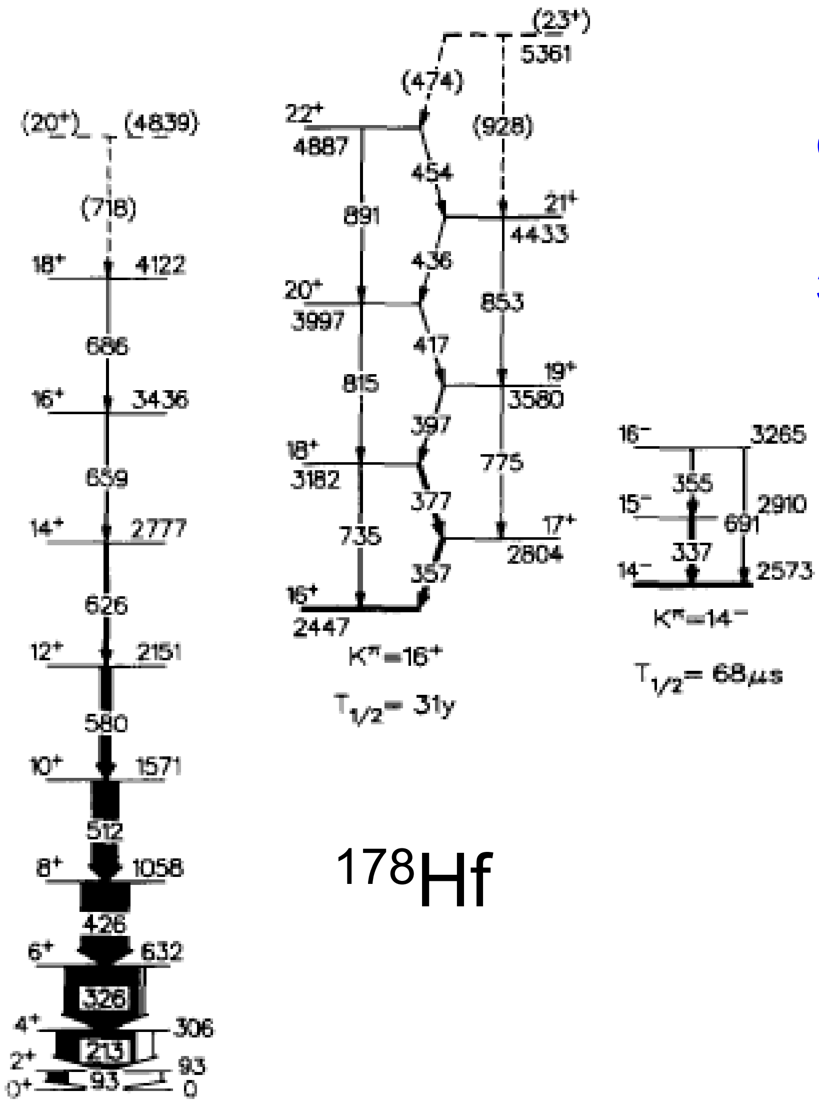
9/2⁻ → 1/2⁺: E4

3/2⁻ → 1/2⁺: E1

Ядрени изомери

Възбудени ядрени състояния, които живеят “дълго”

$\tau_{атом} \approx 10^{-9}$ s, $\tau_{ядро} \leq 10^{-12}$ s $\Rightarrow$ условно “дълго” $\equiv$ достатъчно за формирането на атомна обвивка $\tau_{ядро} \geq 10$ ns

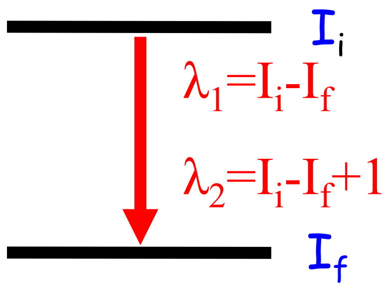


Причина – ниски (много под едночастичните оценки) B(σL) и/или възможност за разпад само през забранени преходи!

- началното и крайното състояние имат силно различаваща се едночастична структура;
- началното и крайното състояние имат силно различаваща се деформация;
- началното и крайното състояние имат спинове ориентирани в различни посоки;

Ъглово разпределение

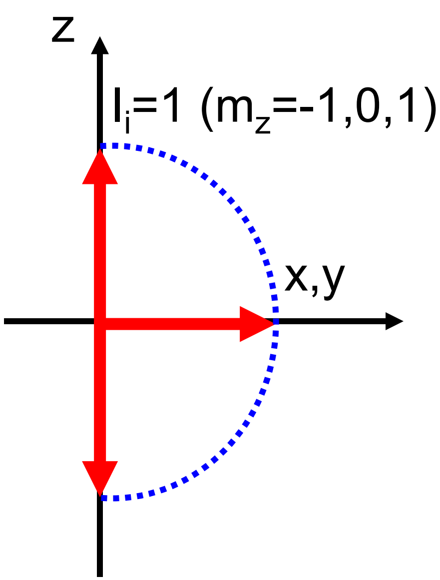
$$\frac{dP}{d\Omega} = A_0 + A_2 P_2(cos\theta) + A_4 P_4(cos\theta) \qquad I_\gamma(\theta) = A_0 + A_2 P_2(cos\theta) + A_4 P_4(cos\theta)$$

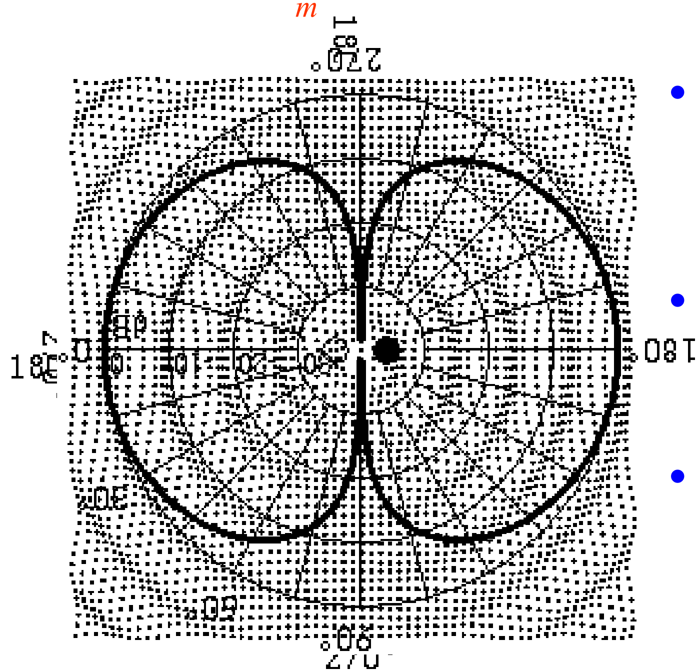


$$A_k(I_i\lambda_1\lambda_2 I_f) = \rho_k(I_i)\frac{1}{1+\delta^2}\{F_k(I_f\lambda_1\lambda_1 I_i) + $$
$$+ 2\delta F_k(I_f\lambda_1\lambda_2 I_i) + $$
$$+ \delta^2 F_k(I_f\lambda_2\lambda_2 I_i)\}$$

Ядрена ориентация

$$\rho_k(I_i) = \sqrt{2I+1}\sum_m (-1)^{I-m}\langle I+mI-m|k0\rangle P(m)$$





- неориентирани ансамбъл:

$$P(m) = \frac{1}{2I+1}$$

- цилиндрична симетрия:

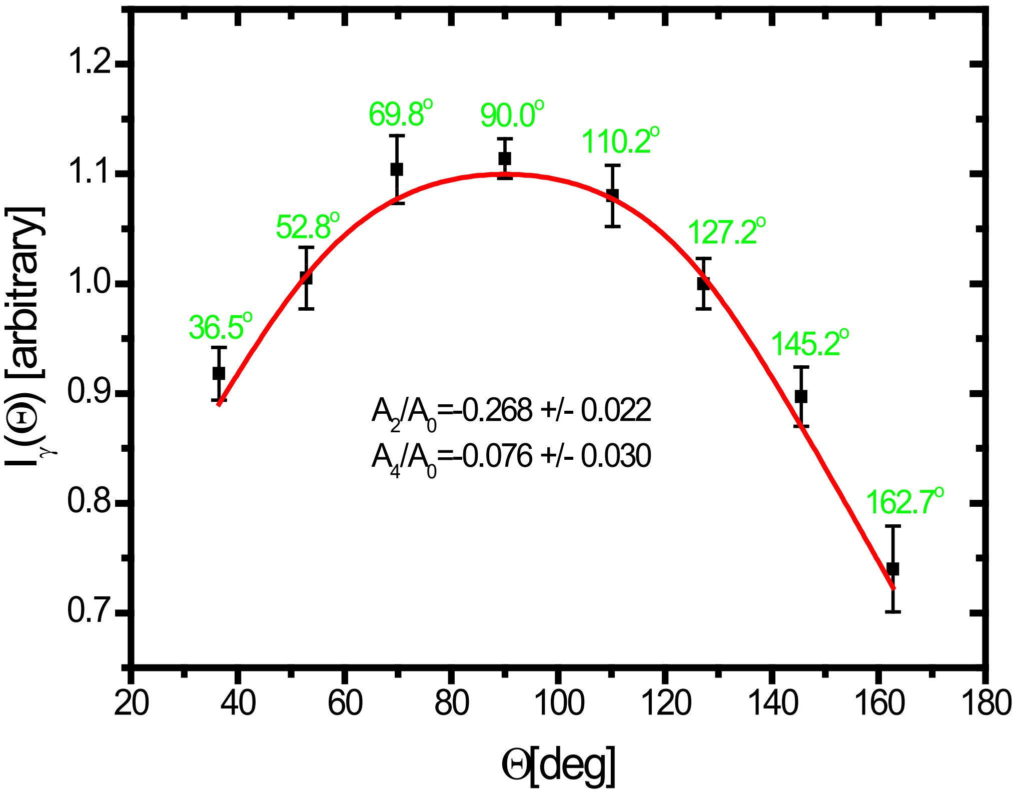
$$P(m) = P(-m)$$

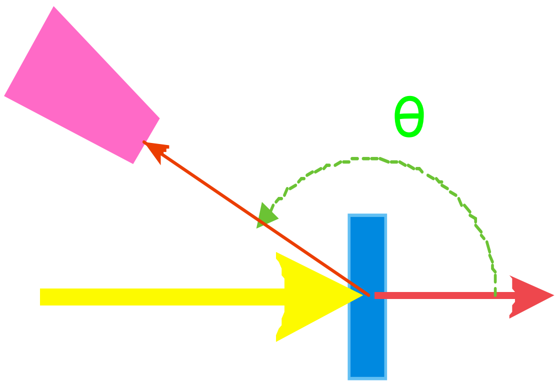
- поляризиран:

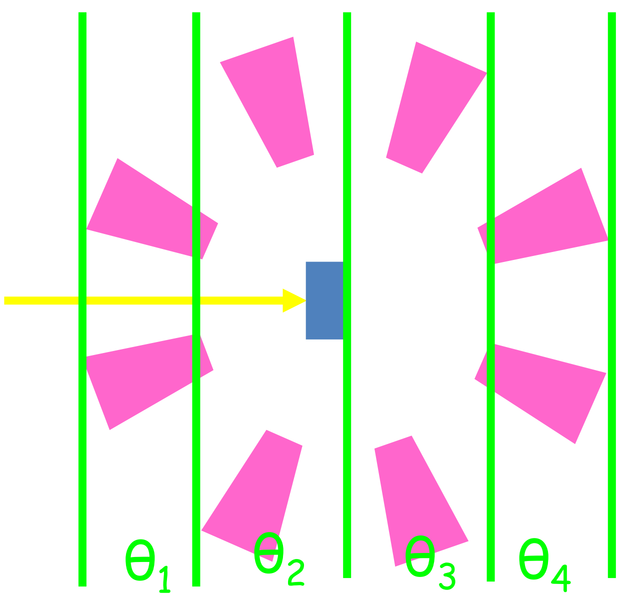
$$P(m) \neq P(-m)$$

Ъглово разпределение - измерване

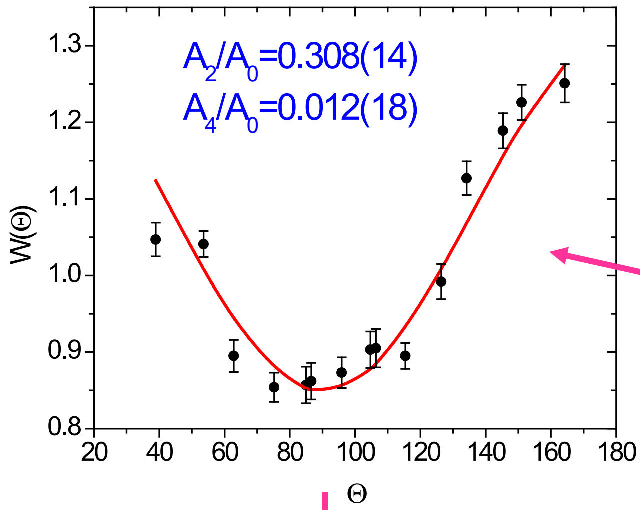
$$I_\gamma(\theta) = A_0 + A_2 P_2(cos\theta) + A_4 P_4(cos\theta)$$

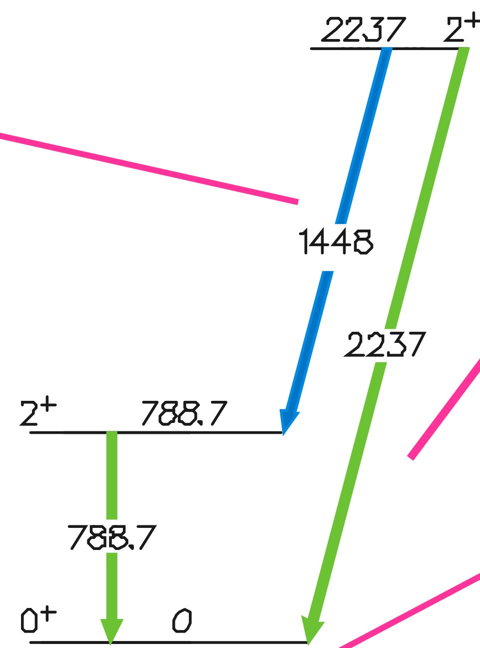


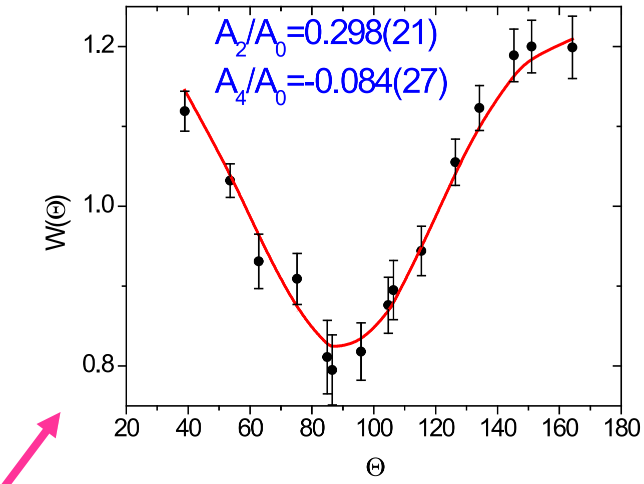




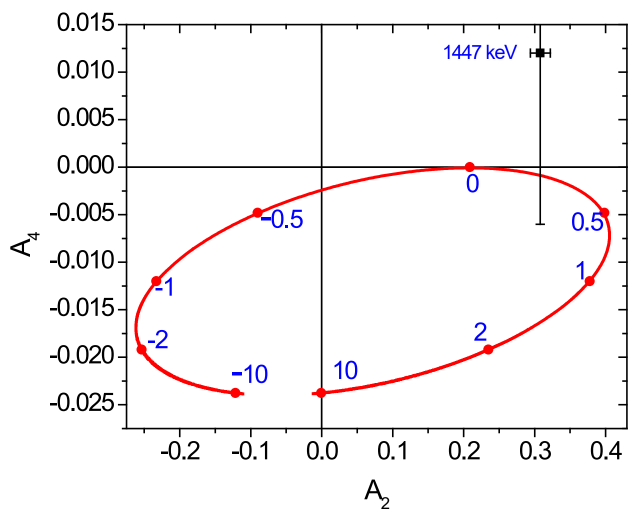
Пример – ^{138}Ce





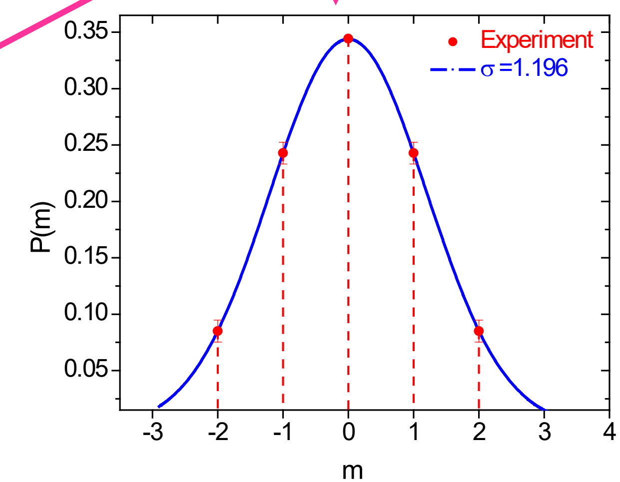


$\rho_2(2^+_4)$, $\rho_4(2^+_4)$

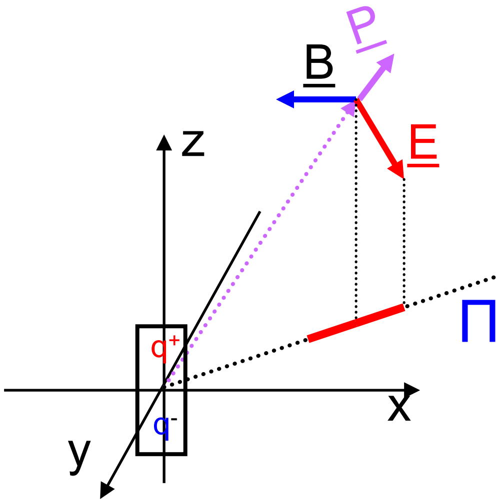


$$\delta = 0.184^{+52}_{-42}$$

97% M1

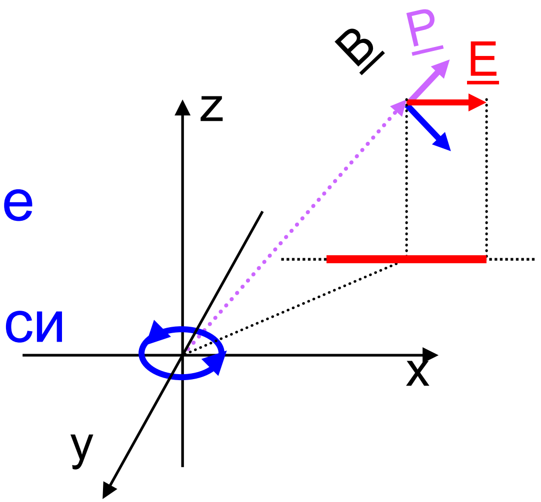


Поляризация

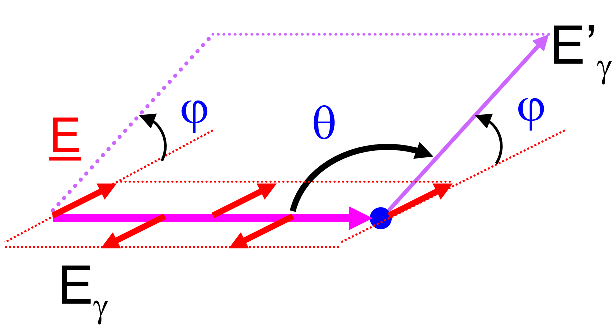


Линейно поляризирано лъчение

Посоката на поляризацията зависи от типа източника (M или E)



Комптъново разсейване



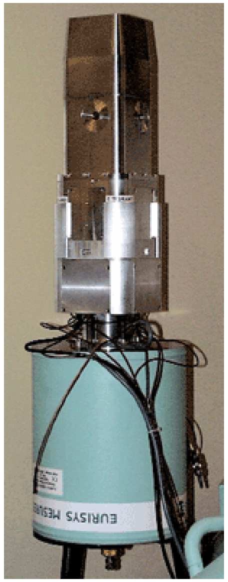
$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)} = \beta E_\gamma$$

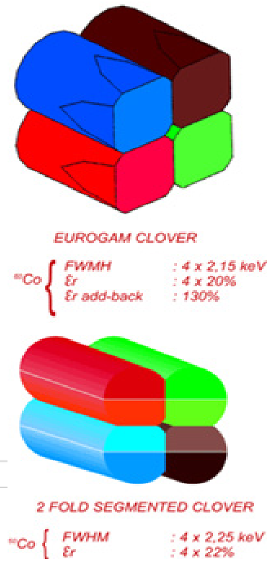
Klein-Nishina

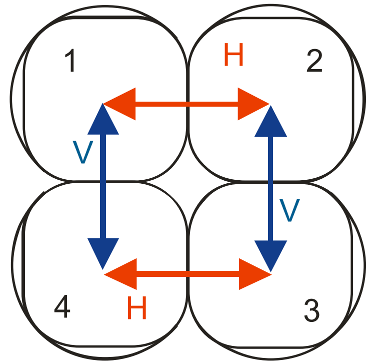
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2 \beta^2}{2}[\beta + \beta^{-1} - 2\sin^2\theta\cos^2\varphi]$$

$$r_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{m_e c^2}$$

Комптънови полариметри

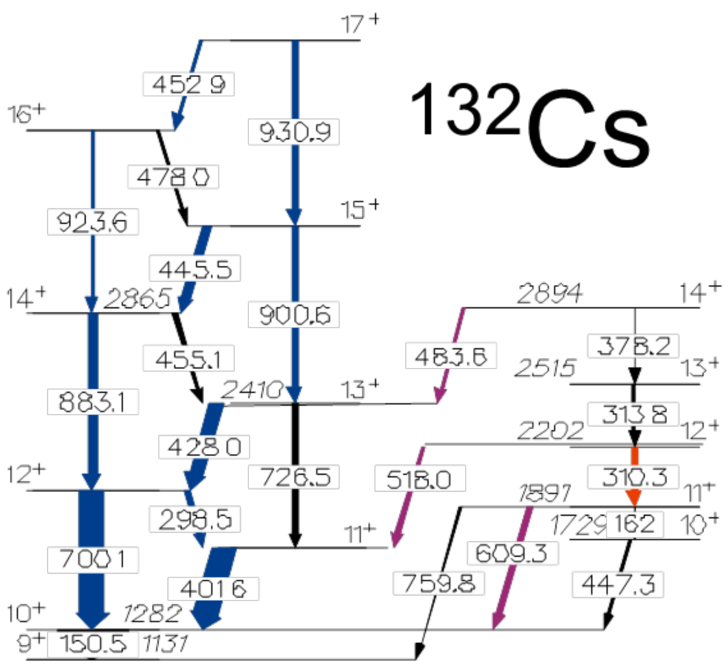


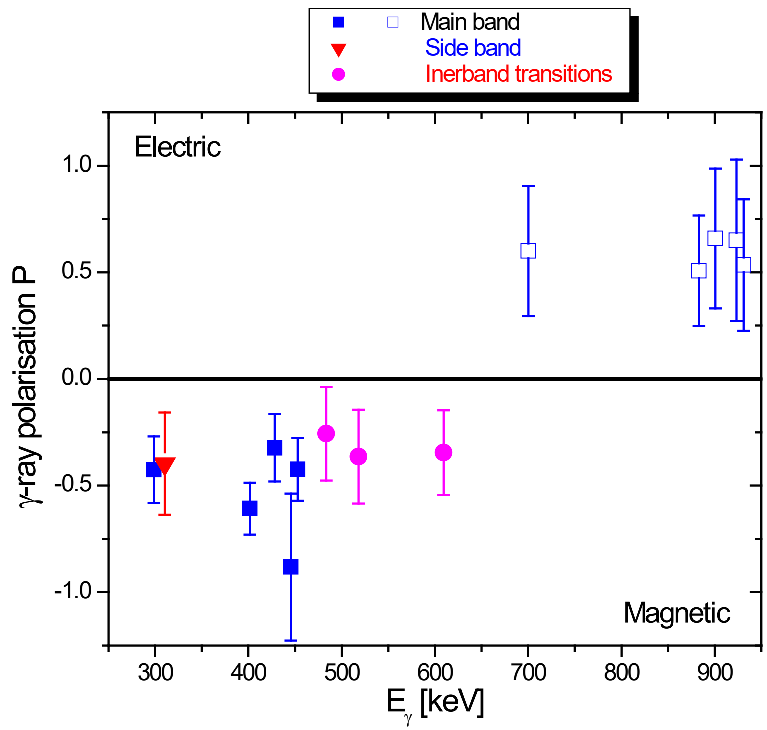




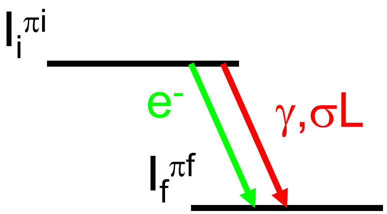
v=90° h=0°

$$P = \frac{1}{Q(E_\gamma)} \frac{N_v - N_h}{N_v + N_h}$$





Вътрешна конверсия



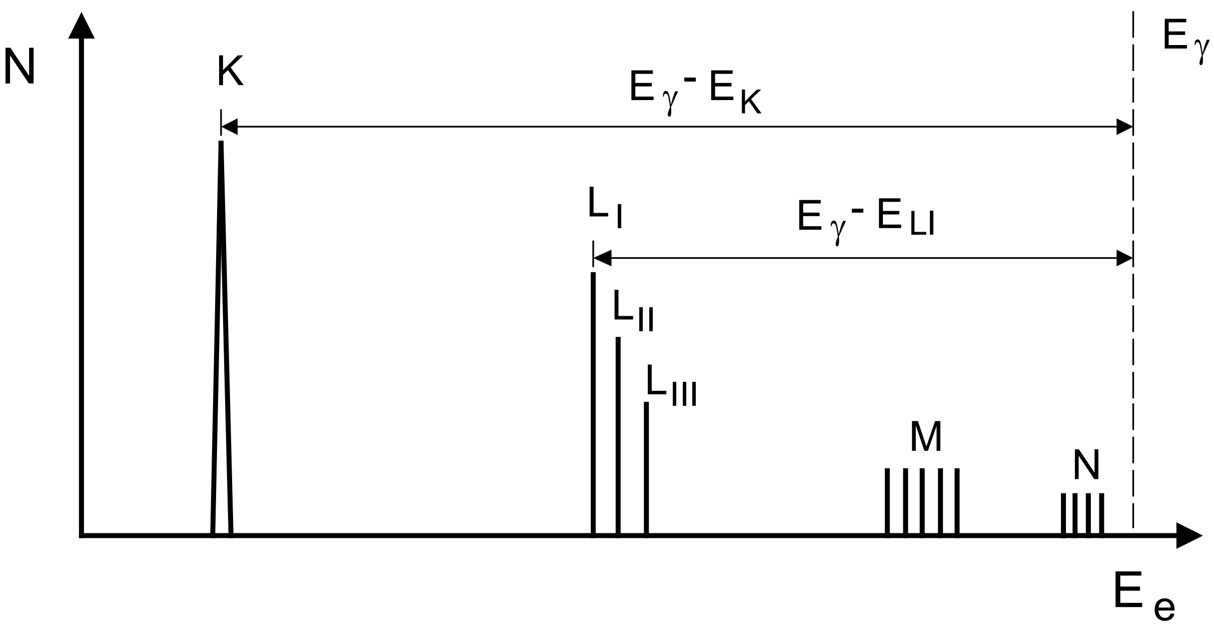
Безрадиационно предаване на енергията на преход на електрон от атомната обвивка!

Ядрен преход $0^+ \rightarrow 0^+$ е възможен само чрез вътрешна конверсия!!!

- e^- не се създава при процеса
- едностъпков процес

$\Rightarrow$ дискретен електронен спектър, зависещ от енергията на прехода и структурата на атомната обвивка

$$T_e = \Delta E - B$$



Прагов процес $\Delta E > B$

характеристично рентгеново лъчение

\+ оЈ електрони

Коефициент на ВК:

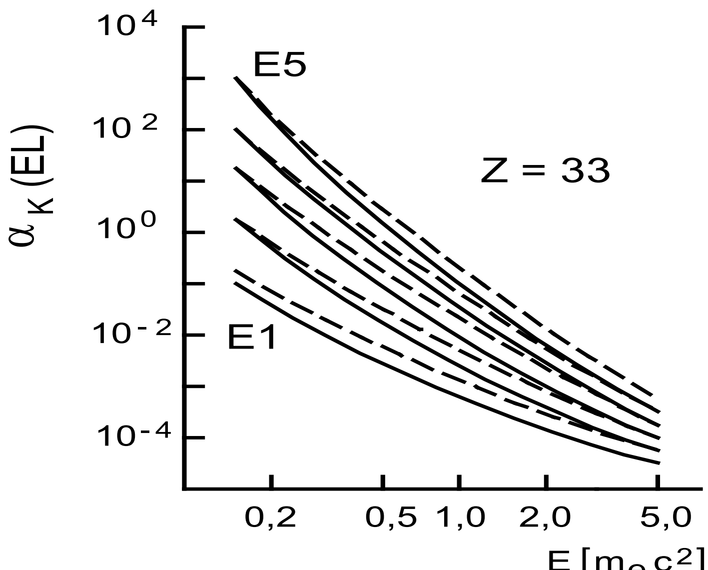
$$\alpha = \lambda_e / \lambda_\gamma$$

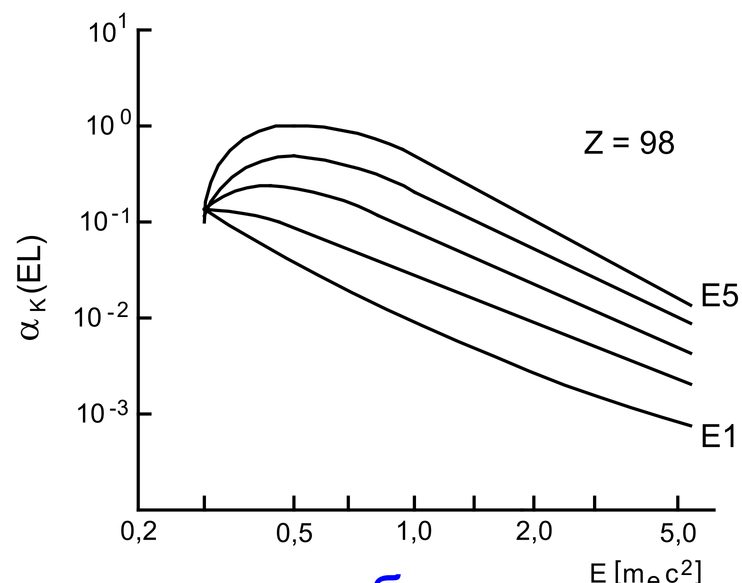
$$\lambda_t = \lambda_\gamma + \lambda_e = \lambda_\gamma (1 + \alpha)$$

Коефициент на вътрешна конвересия

$$\alpha(EL) \simeq \frac{Z^3}{n^3}\left(\frac{L}{L+1}\right)\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}\right)^4\left(\frac{2m_e c^2}{E}\right)^{L+5/2} \qquad \alpha(ML) \simeq \frac{Z^3}{n^3}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}\right)^4\left(\frac{2m_e c^2}{E}\right)^{L+3/2}$$

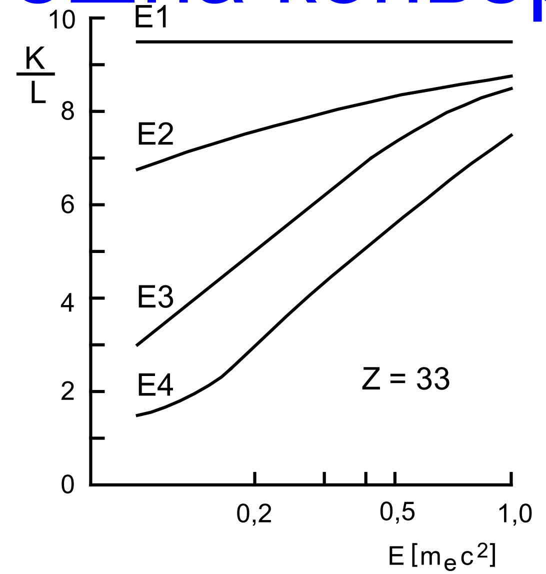
- коефициентите на вътрешна конверсия нарастват с нарастването на атомния номер: Z^3;
- коефициентите на вътрешна конверсия намаляват бързо с нарастването на енергията на прехода;
- коефициентите на вътрешна конверсия нарастват бързо с нарастването на мултиполността на прехода;





- коефициентите на вътрешна конверсия намалява бързо с нарастването на номера на електронния слой;

Експериментално определяне на коефициентите на вътрешна конверсия



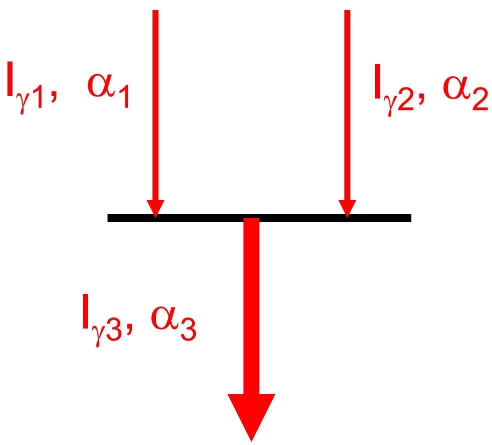
Пряко - β-γ спектроскопия

$$\alpha = \frac{I_e}{I_\gamma}$$

абсолютно измерване на инетзивността

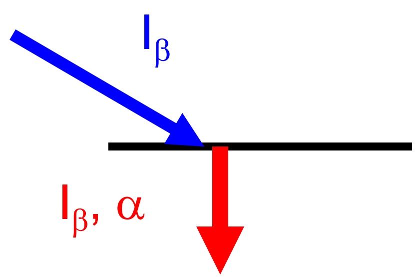
$$\frac{\alpha_K}{\alpha_L} = \frac{K}{L}, \quad \frac{\alpha_{LI}}{\alpha_{LII}} = \frac{LI}{LII}, \ldots$$

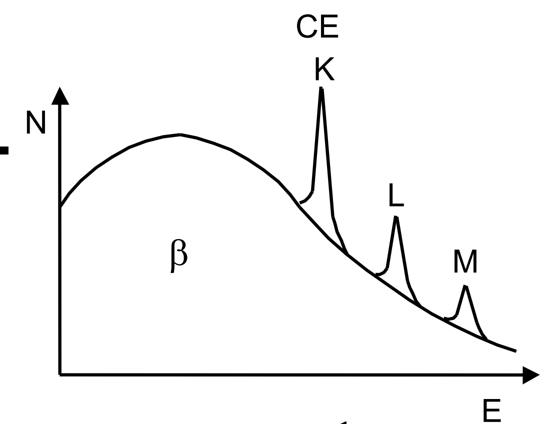
Баланс на интензитета по γ



$$I_{\gamma_1}(1+\alpha_1) + I_{\gamma_2}(1+\alpha_2) = I_{\gamma_3}(1+\alpha_3)$$

Баланс на интензитета по β





$$I_\beta = I_e + I_\gamma = I_e \frac{1+\alpha}{\alpha}$$