β - разпад

Видове

β - минус

$$^{A}{}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}^{A}{}_{Z+1}Y_{N-1} + e^{-} + \bar{\nu}_{e}$$

$$^{14}{}_{6}C_{8} \longrightarrow {}^{14}{}_{7}N_{7} + e^{-} + \bar{\nu}_{e}$$

β - плюс

$$^{A}{}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}^{A}{}_{Z-1}Y_{N+1} + e^{+} + \nu_{e}$$

$$^{18}{}_{9}F_{9} \longrightarrow {}^{18}{}_{8}O_{10} + e^{+} + \nu_{e}$$

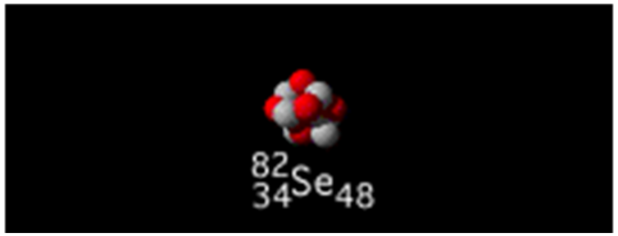
Pauli (1931) – неутрино – неутрална, безмасова (?) частица със спин 1/2, която отнася част от енергията и импулса на процеса

електронен захват

$$^{A}{}_{Z}X_{N} + e^{-} \longrightarrow {}^{A}{}_{Z-1}Y_{N+1} + \nu_{e}$$

$$^{81}{}_{37}Rb_{44} + e^{-} \longrightarrow {}^{81}{}_{36}Kr_{45} + \nu_{e}$$

двоен β-разпад



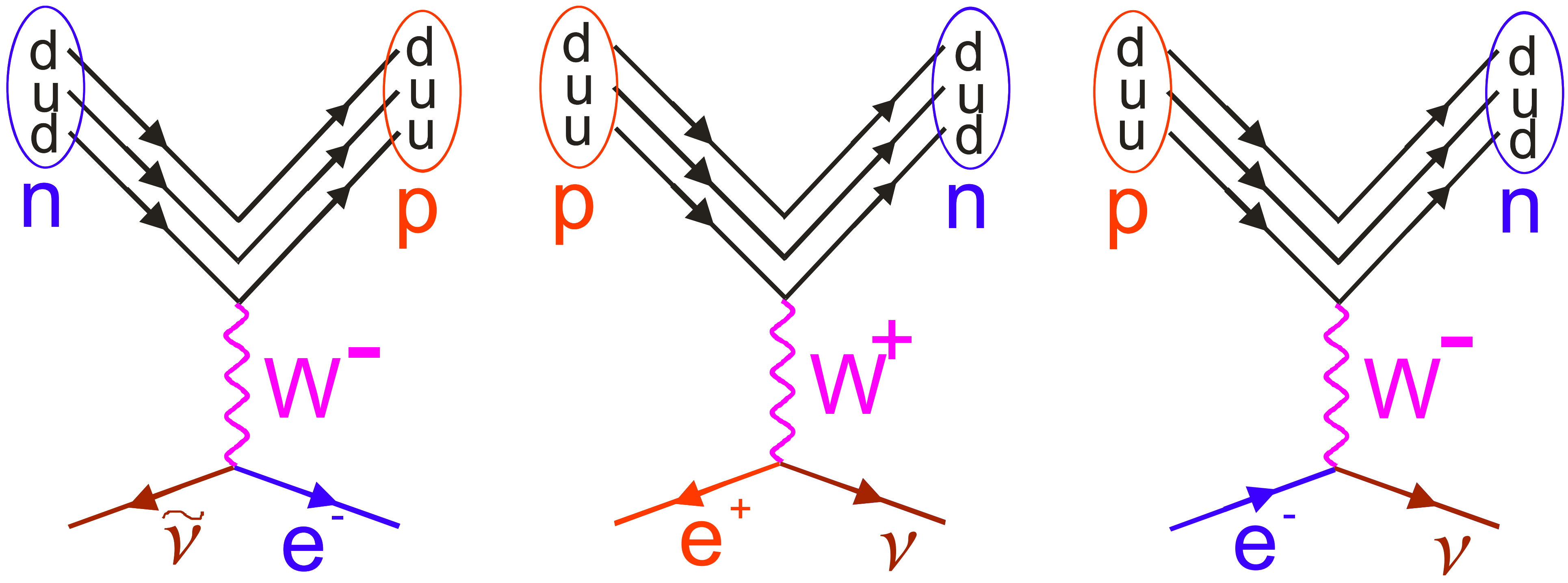
$$^{A}{}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}^{A}{}_{Z+2}Y_{N-2} + 2e^{-} + 2\bar{\nu}_{e}$$

$$^{82}{}_{34}Se_{48} \longrightarrow {}^{82}{}_{36}Kr_{46} + 2e^{-} + 2\nu_{e}$$

Идея за микроскопичното обяснение на β-разпада

Слабо ядрено взаимодействие – $W^{+,-}$ (80 GeV/c^2), Z^0 (91 GeV/c^2)

β^-	β^+	EC
${}^{A}_{Z}X_N \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y_{N-1} + e^- + \overline{\nu}_e$	${}^{A}_{Z}X_N \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y_{N+1} + e^+ + \nu_e$	${}^{A}_{Z}X_N + e^- \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y_{N+1} + \nu_e$



Непрекъснат спектър

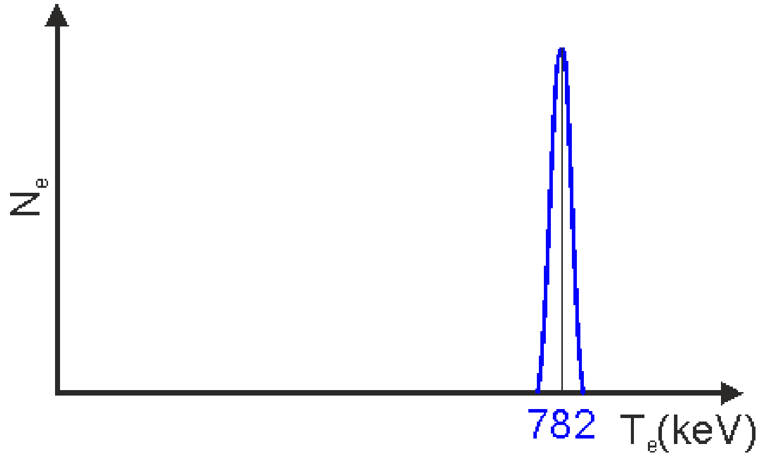
n ⟶ p + e⁻

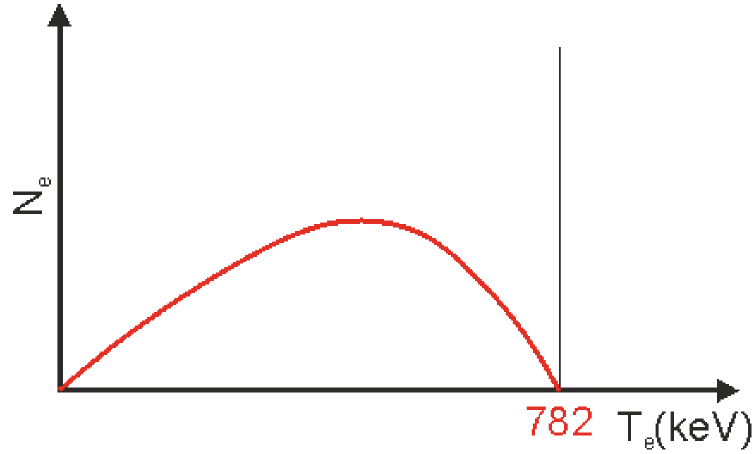
$t_{1/2} \approx 10$ min

$$Q = (m_n - m_p - m_e)c^2 = 782\ \text{keV}$$

$$Q = T_p + T_e$$

$$T_p \approx 0.3\ \text{keV}$$





n ⟶ p + e⁻ + $\bar{\nu}$

$$Q = T_p + T_e + T_{\tilde{\nu}}$$

$$0(T_{\tilde{\nu}} = Q) \le T_e \le Q(T_{\tilde{\nu}} = 0)$$

$$Q = 0.782(13)\ \text{MeV} =$$

$$= m_n c^2 - m_p c^2 - m_e c^2 - m_{\tilde{\nu}} c^2 = 939.573\text{MeV} - 938.280\text{MeV} - 0.511\text{MeV} - \text{m}_{\tilde{\nu}} c^2$$

$$= 0.782\ \text{MeV} - m_{\tilde{\nu}} c^2$$

$$m_{\tilde{\nu}} c^2 = 0$$

с точност 13 keV

$$E_e = T_e + m_e c^2 = \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4}$$

$$E_{\tilde{\nu}} = qc$$

Енергетика на процеса

β^-: ${}^{A}_{Z}X_N \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y_{N-1} + e^- + \bar{\nu}_e$

$$Q_{\beta^-} = \left[m_N({}^{A}_{Z}X) - m_N({}^{A}_{Z+1}X) - m_e \right] c^2$$

$$m({}^{A}_{Z}X)c^2 = m_N({}^{A}_{Z}X)c^2 + Zm_e c^2$$

$$Q_{\beta^-} = \left[(m({}^{A}_{Z}X) - Zm_e) - (m({}^{A}_{Z+1}X) - (Z+1)m_e - m_e \right] c^2$$

$$Q_{\beta^-} = \left[(m({}^{A}_{Z}X) - m({}^{A}_{Z+1}X) \right] c^2 \geq 0$$

β^+: ${}^{A}_{Z}X_N \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y_{N+1} + e^+ + \nu_e$

$$Q_{\beta^+} = \left[(m({}^{A}_{Z}X) - Zm_e) - (m({}^{A}_{Z-1}X) - (Z-1)m_e) - m_e \right] c^2$$

$$Q_{\beta^+} = \left[(m({}^{A}_{Z}X) - m({}^{A}_{Z-1}X) - 2m_e \right] c^2 \geq 0$$

EC: ${}^{A}_{Z}X_N + e^- \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y_{N+1} + \nu_e$

$$Q_{EC} = \left[(m({}^{A}_{Z}X) - (Z-1)m_e) - (m({}^{A}_{Z-1}X) - (Z-1)m_e) \right] c^2$$

$$Q_{EC} = \left[(m({}^{A}_{Z}X) - m({}^{A}_{Z-1}X) \right] c^2 \geq 0$$

Ако β^+ разпада е енергетично възможен $\Longrightarrow$ EC също е възможен

Ако EC разпада е енергетично възможен $\not\Longrightarrow$ β^+ също е възможен

Теория на Ферми

- $e^-(e^+)$ и $\bar{\nu}$ (ν) не съществуват преди разпада;
- $e^-(e^+)$ и $\bar{\nu}$ (ν) са релативистки частици;
- непрекъснатия спектър на $e^-(e^+)$ трябва да възниква като естествен резултат на теорията;

1934 – Ферми – бета разпада се дължи на взаимодействие много по-слабо от взаимодействието формиращо ядрените състояния, т.е. вероятността за преход може да се изчисли пертубативно:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar}|V_{fi}|^2 \rho(E_f)$$

Златно правило на Ферми

Силно ядрено	Слабо ядрено
$g = 1$	$g=10^{-6}$
$\tau \approx 10^{-20}$s	$\tau \geq 1$s

$$V_{fi} = \int \Psi^*_f \hat{H}_\beta \Psi_i d\upsilon = \langle \Psi_f | \hat{H}_\beta | \Psi_i \rangle = g \int \underbrace{[\psi^*_{Nf}\, \varphi^*_e\, \varphi^*_\nu] \hat{O}_\beta \psi_{Ni}}_{\text{Лоренцов инвариант A-V взаимодействие}} d\upsilon$$

$$\varphi_e = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}.\vec{r}/\hbar} \approx \frac{1}{\sqrt{V}}\left(1 + \frac{i\vec{p}.\vec{r}}{\hbar} + \ldots\right) \approx \frac{1}{\sqrt{V}}$$

$$\varphi_\nu = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{q}.\vec{r}/\hbar} \approx \frac{1}{\sqrt{V}}\left(1 + \frac{i\vec{q}.\vec{r}}{\hbar} + \ldots\right) \approx \frac{1}{\sqrt{V}}$$

E_e = 1 MeV p = 1.4 MeV / c

$p/\hbar$ = 0.007 fm^{-1} pr ≪ 1

$$V_{fi} = \frac{g}{V} \int \psi^*_{Nf}\, \hat{O}_\beta \psi_{Ni} d\upsilon \equiv g \frac{M_{fi}}{V}$$

не зависи от енергията на процеса

приближение на разрешени β-разпади

Теория на Ферми

$$d\rho(E_f) = \frac{dn}{dE_f} \qquad dn = \frac{[\#\ \text{състояания: } p, p+dp].[\#\ \text{състояния в } V]}{h^3}$$

$$dn_e = \frac{4\pi p^2 dpV}{h^3}$$

$$dn_\nu = \frac{4\pi q^2 dqV}{h^3}$$

$$d\lambda = \frac{2\pi}{h}|V_{fi}|^2 d\rho = \frac{2\pi}{\hbar} g^2 \frac{|M_{fi}|^2}{V^2}(4\pi)^2 V^2 \frac{p^2 dpq^2}{h^6}\frac{dq}{dE_f}$$

$$E_f = E_e + E_\nu = E_e + c.q \qquad \left(\frac{dq}{dE_f}\right)_{E_e-fixed} = \frac{1}{c}$$

$$d\lambda_e(p) = C\ p^2 q^2 dp$$

$$d\lambda_e(p) \propto \mathrm{N(p)}dp$$

Брои e^-(e^+) с импулс между p и p + dp

$$q = \frac{Q-T_e}{c} \qquad N(p) = \frac{C}{c^2} p^2 (Q-T_e)^2$$

$$T = E - mc^2$$

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^2}$$

$$N(p) = \frac{C}{c^2} p^2 \left(Q - \sqrt{p^2c^2 + m_e{}^2c^2} + m_e c^2\right)^2$$

Форма на β-спектъра вимпулсно представяне

$$N(p=0) = N(T_e = Q) = 0$$

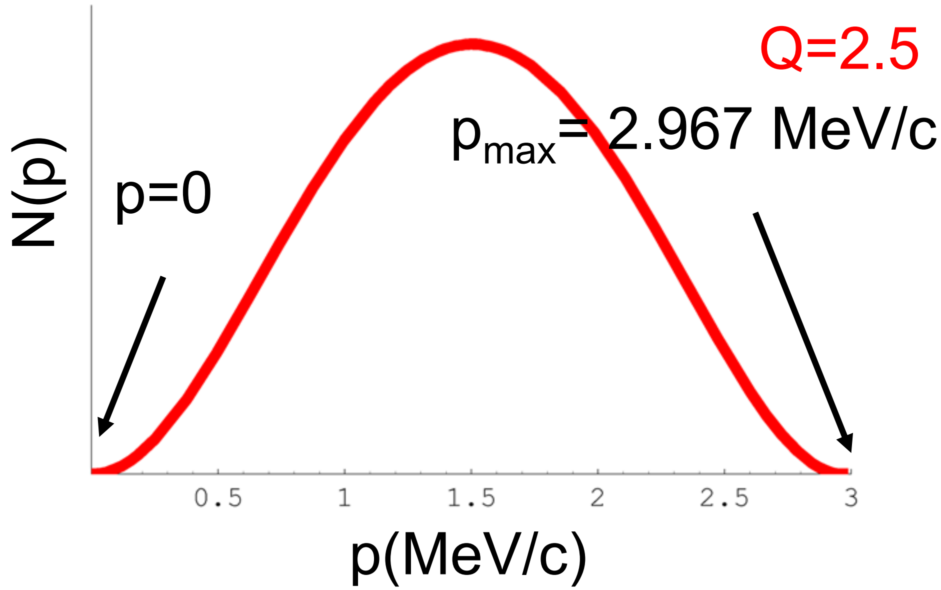
Теория на Ферми

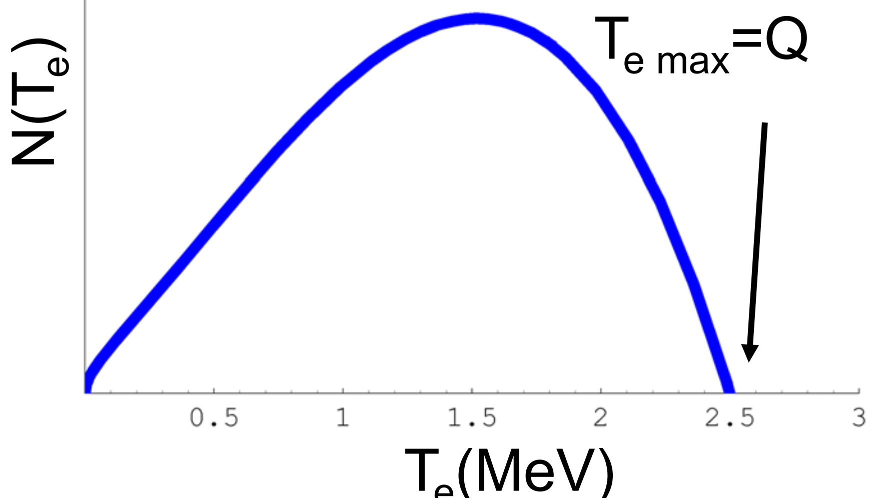
$$d\lambda_e(p) = Cpq^2\,pdp \qquad T = E - mc^2 \qquad E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^2} \qquad (T+mc^2)^2 = p^2c^2 + m^2c^4$$

$$p = \sqrt{T_e^{\,2} + 2T_e mc^2}\,/\,c \qquad pdp = (T_e + mc^2)dT_e\,/\,c^2 \qquad q = (Q - T_e)/c$$

$$N_e(T_e) = \frac{C}{c^5}\sqrt{T_e^{\,2} + 2T_e mc^2}\,(Q-T_e)^2(T_e + mc^2)$$

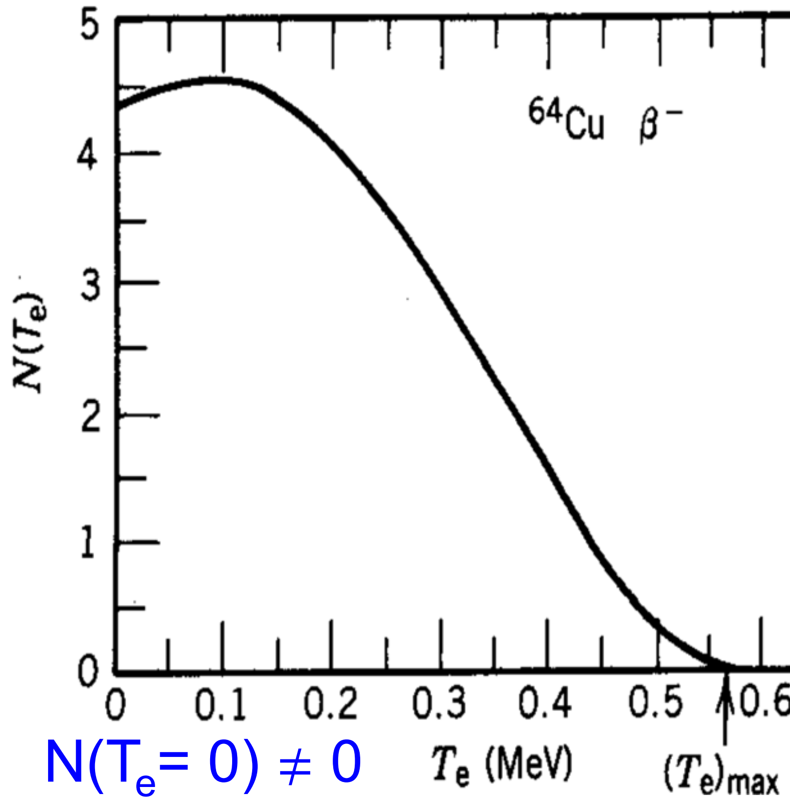
Форма на β-спектъра в енергетично представяне





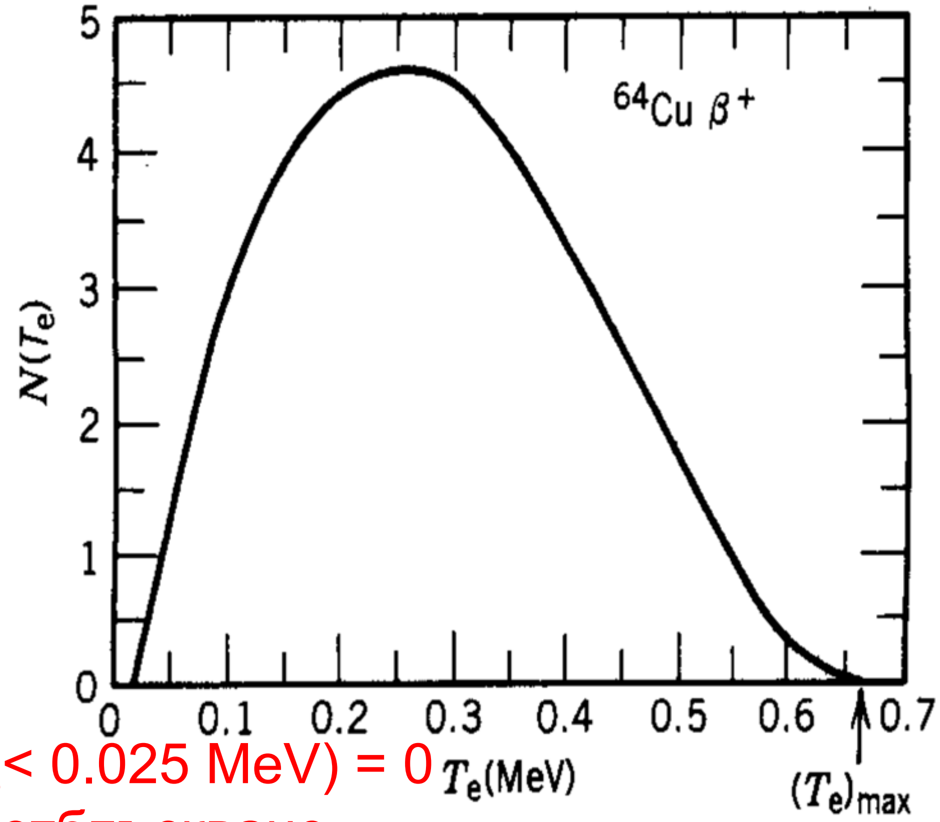
Функция на Ферми

$^{64}{}_{29}Cu \longrightarrow {}^{64}{}_{30}Zn + e^- + \bar{\nu}_e$



N(T_e= 0) ≠ 0
привличане

$^{64}{}_{29}Cu \longrightarrow {}^{64}{}_{28}Ni + e^+ + \nu_e$



N(T_e< 0.025 MeV) = 0
отблъскване

F(Z',p) или F(Z', T_e) – функция, която отчита Кулоновото взаимодействие м/у β-частицата и дъщерното ядро

Забранени β-преходи

$$\varphi_e = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}.\vec{r}/\hbar} \approx \frac{1}{\sqrt{V}}\left(1 + \frac{i\vec{p}.\vec{r}}{\hbar} + \ldots\right) \qquad \varphi_\nu = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{q}.\vec{r}/\hbar} \approx \frac{1}{\sqrt{V}}\left(1 + \frac{i\vec{q}.\vec{r}}{\hbar} + \ldots\right)$$

разрешени

$$V_{fi} = \frac{g}{V}\int \psi^*_{N_f} \hat{O}_\beta \psi_{N_i} dv \equiv g\frac{M_{fi}}{V}$$

не зависи от енергията $\Longrightarrow$
не оказва влияние на спектъра

степен на забрана – 1,2…

S(p,q) – енергетична зависимост за забранени преходи

Форма на β-спектъра

- Статистически фактор $p^2(Q-T_e)^2$ – брой достъпни крайни състояния;
- Функция на Ферми F(Z',p) или F(Z', Te) – отчита взаимодействие м/у β-частицата и дъщерното ядро;
- Форм-фактор S(p,q) – отчита влиянието на матричния елемент на прехода в/у формата на спектъра за забранени преходи

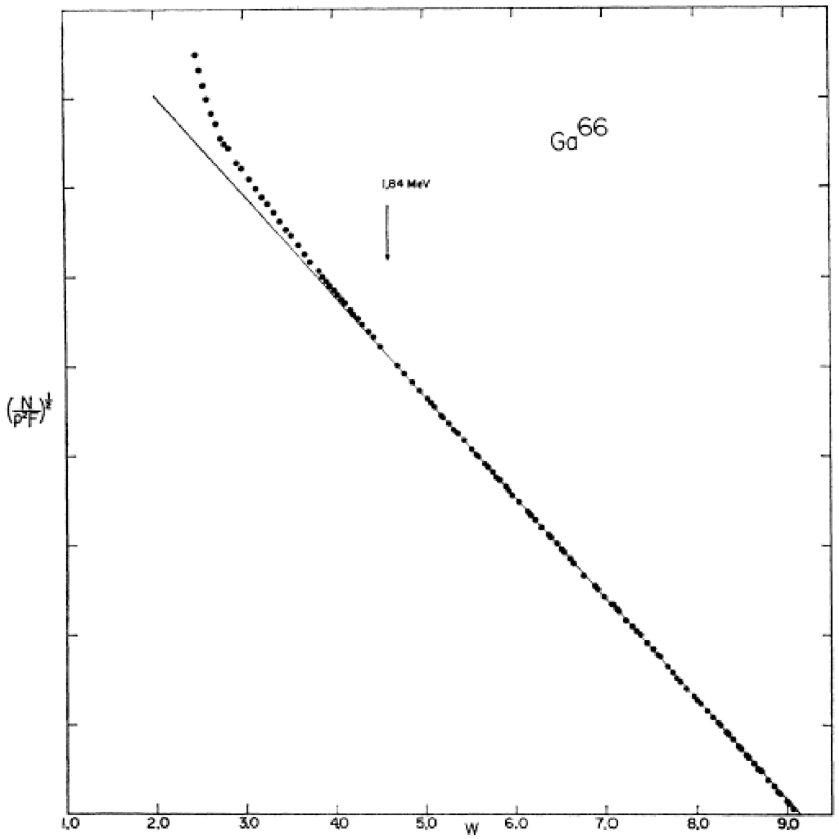
$$N(p) \propto p^2 (Q - T_e)^2 F(Z', p) |M_{fi}|^2 S(p,q)$$

График на Кюри

Разрешени

$$(Q - T_e) \propto \sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z', p)}}$$

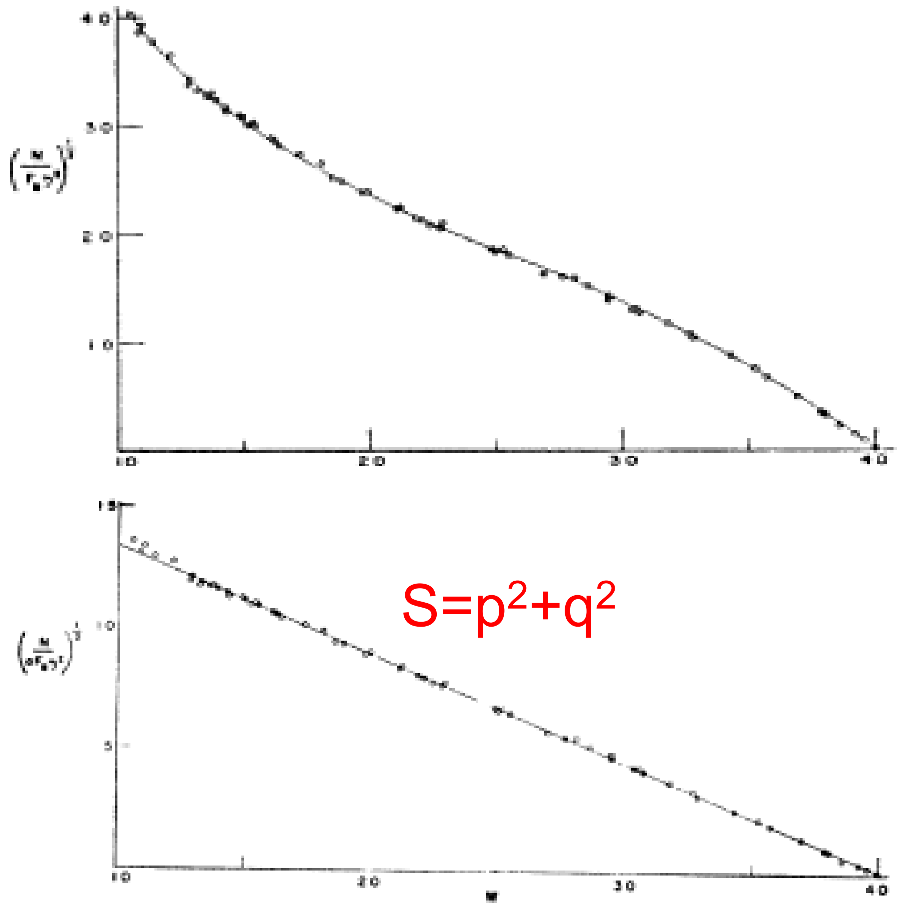
$^{66}Ga(0^+) \longrightarrow {}^{66}Zn(0^+) + e^+ + \nu_e$



Забранени

$$(Q - T_e) \propto \sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z', p) S(p, q)}}$$

$^{91}Y(1/2^-) \longrightarrow {}^{91}Zr(5/2^+) + e^- + \bar{\nu}_e$



$S = p^2 + q^2$

Приведен период на полуразпад

$$d\lambda = \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3\hbar^7 c^3} F(Z', p) p^2 (q - T_e)^2 dp$$ - за разрешени преходи

$$\lambda = \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3\hbar^7 c^3} \int_0^{p_{max}} F(Z', p) p^2 (q - T_e)^2 dp \qquad cp_{max} = \sqrt{E_0^2 - m_e^2 c^4}$$

Интеграл на Ферми

$$f(Z', E_0) \equiv \frac{1}{(m_e c)^3 (m_e c^2)^2} \int_0^{p_{max}} F(Z', p) p^2 (q - T_e)^2 dp$$

$$\lambda = \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3\hbar^7 c^3} (m_e c)^3 (m_e c^2)^2 f(Z', E_0) \qquad t_{1/2} = ln2 / \lambda$$

$$f(Z', E_0) t_{1/2} = ft_{1/2} = 0.693 \frac{2\pi^3\hbar^7}{g m_e^5 c^4 |M_{fi}|^2}$$

ft: $10^3 \div 10^{20}$ s

Log_{10}ft: $3 \div 4$ – свръхразрешени преходи

g = 0.88×10^{-4} MeV fm^3 $\Leftarrow$ $0^+ \longrightarrow 0^+$ $\quad M_{if} = \sqrt{2}$

Маса на неутриното

$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ $t_{1/2} \approx 10$ min $Q = 0.782\text{ MeV} - m_{\tilde{\nu}} c^2$

$m_{\tilde{\nu}} c^2 = 0$ с точност 13 keV $T_{e\,max} = Q = 0.782(13)$ MeV

Форма на β-спектъра и маса на неутриното

$m_\nu c^2 \ll Q$

$E_\nu \gg m_\nu c^2$

$T_e \to Q \quad E_\nu \longrightarrow m_\nu c^2$ чуствителен към масата на неутриното

$$N(p) = Cp^2q^2 \frac{dq}{dE_f}$$

Ако $m_\nu = 0$

$$E_f = E_e + E_{\tilde{\nu}} = E_e + q.c$$

$$\left(\frac{dq}{dE_f}\right)_{E_e = fixed} = \frac{1}{c} \qquad q = \frac{Q - \sqrt{p^2c^2 + m_e^2c^4} + m_ec^2}{c}$$

$$N(p) \propto p^2 \left[\frac{Q - \sqrt{p^2c^2 + m_e^2c^4} + m_ec^2}{c}\right]^2 \frac{1}{c}$$

$$\frac{dN(p)}{dp} \xrightarrow[p_e \to p_{max}]{} 0$$

Ако $m_\nu \neq 0$

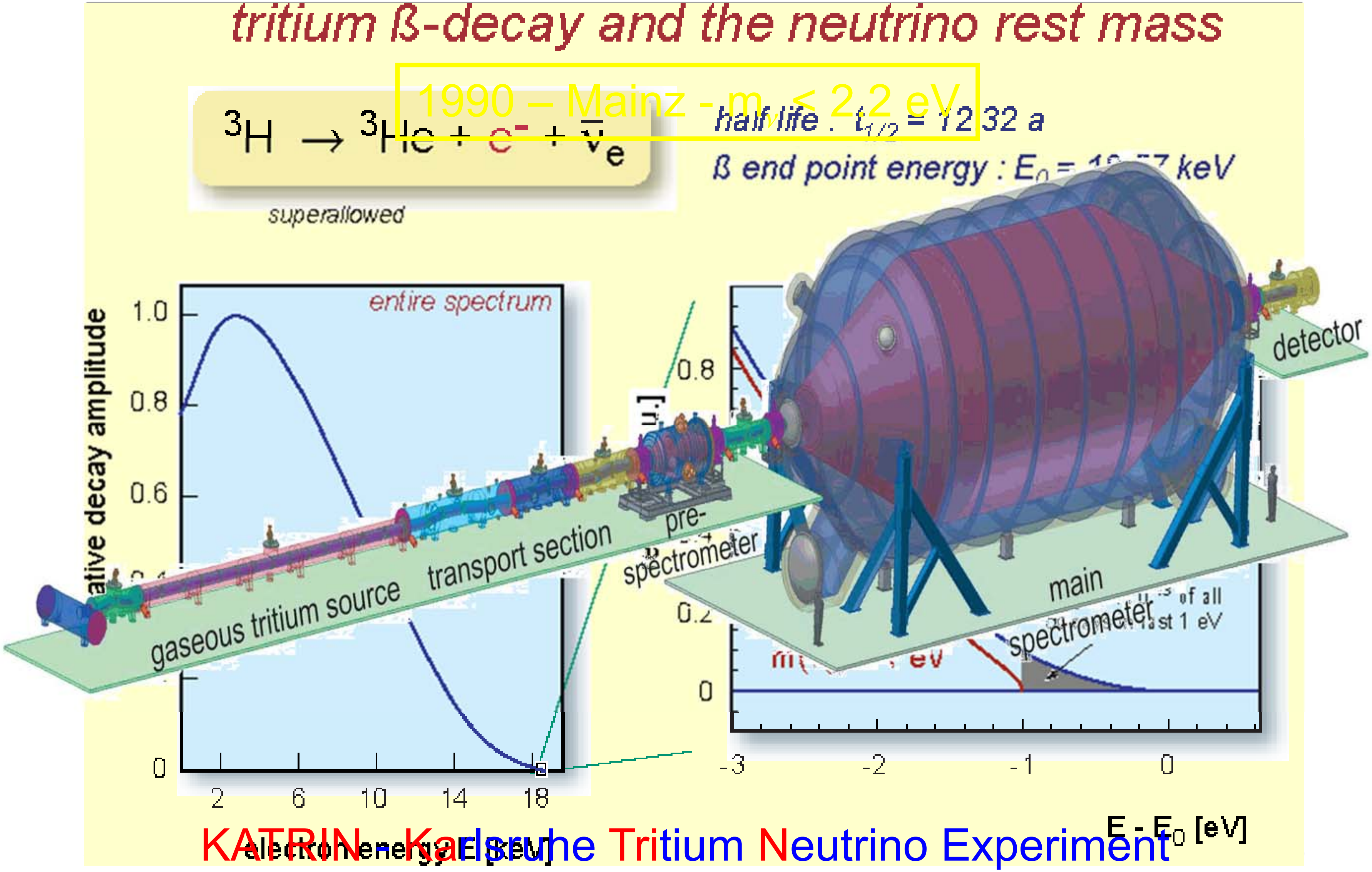
$$E_f = E_e + E_{\tilde{\nu}} = E_e + q^2 / 2m_{\tilde{\nu}}$$

$$\left(\frac{dq}{dE_f}\right)_{E_e = fixed} = \frac{m_{\tilde{\nu}}}{q} \qquad q = \left[Q - \sqrt{p^2c^2 + m_e^2c^4} + m_ec^2\right]^{1/2}$$

$$N(p) \propto p^2 \left[Q - \sqrt{p^2c^2 + m_e^2c^4} + m_ec^2\right]^{1/2}$$

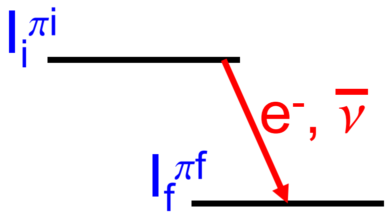
$$\frac{dN(p)}{dp} \xrightarrow[p_e \to p_{max}]{} \infty$$

Маса на неутриното



KATRIN - Karlsruhe Tritium Neutrino Experiment

Правила за отбор за разрешени преходи



$$\varphi_e = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}.\vec{r}/\hbar} = \frac{1}{\sqrt{V}}\left(1 + \frac{i\vec{p}.\vec{r}}{\hbar} + \dots\right)$$

$$\varphi_{\tilde{\nu}} = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{q}.\vec{r}/\hbar} = \frac{1}{\sqrt{V}}\left(1 + \frac{i\vec{q}.\vec{r}}{\hbar} + \dots\right)$$

$$r = 0 \quad l = 0$$

$$\pi_f . \pi_i = \pi_{e\tilde{\nu}} = (-1)^l = 1$$

$\Delta\pi$ - не

$$\vec{I}_f = \vec{I}_i + \vec{I}_{e\tilde{\nu}} \qquad \vec{I}_{e\tilde{\nu}} = \vec{S}_{e\tilde{\nu}} = \vec{s}_e + \vec{s}_{\tilde{\nu}} = \begin{cases} \vec{0} \quad (0) & \text{- синглет} \\ \vec{1}\,(-1 \;\; 0 \;\; 1) & \text{- триплет} \end{cases}$$

$$| I_i - I_f | \le \Delta I \le I_i + I_f$$

- преходи на Ферми: $l = 0, S = 0 \quad \Delta I = 0$
- преходи на Гамов-Телер: $l = 0, S = 1 \quad \Delta I = 0,1$ (без $0^+ \to 0^+$)

$\Delta\pi$ - не

Примери

$${}^{14}\mathrm{O}(0^+) \to {}^{14}\mathrm{N}^*(0^+) + \mathrm{e}^+ + \tilde{\nu}$$

$\Delta I = 0 \quad I_{e\nu} = 0$ — чист преход на Ферми

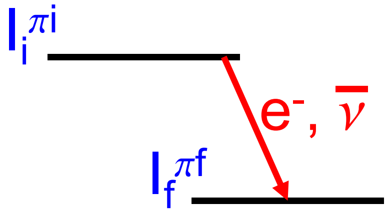
$${}^{6}\mathrm{He}(0^+) \to {}^{6}\mathrm{Li}(1^+) + \mathrm{e}^- + \tilde{\nu}$$

$\Delta I = 1 \quad I_{e\nu} = 1$ — чист преход на Гамов-Телер

$$\mathrm{n}(1/2^+) \to \mathrm{p}(1/2^+) + \mathrm{e}^- + \tilde{\nu}$$

$\Delta I = 0,1 \quad I_{e\nu} = 0,1$ — смесен преход - Ферми+Гамов-Телер

Правила за отбор за забранени преходи



$$\varphi_e = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}.\vec{r}/\hbar} = \frac{1}{\sqrt{V}}\left(1 + \frac{i\vec{p}.\vec{r}}{\hbar} + \dots\right)$$

$$\varphi_{\tilde{\nu}} = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{q}.\vec{r}/\hbar} = \frac{1}{\sqrt{V}}\left(1 + \frac{i\vec{q}.\vec{r}}{\hbar} + \dots\right)$$

$$1 + (0.04)^1 + (0.04)^2 + \dots$$

$$P(l=0) = 1$$
$$P(l=1) = (0.04)^2$$
$$P(l=2) = (0.04)^4$$
....

$$ft_{1/2} = 0.693 \frac{2\pi^3\hbar^7}{g m_e^5 c^4 |M_{fi}|^2}$$

$$M_{fi} = g\int [\psi^*_{Nf}\, \varphi^*_e\, \varphi^*_\nu] \hat{O}_\beta \psi_{Ni}\, d\upsilon$$

$Q = 1\text{ MeV}\quad \mathrm{T_e{=}Q}\qquad \mathrm{p}_e = 1.4\text{ MeV/c}$

$$P(l=0) \gg P(l=1) \gg P(l=2) \gg \dots$$

$\mathrm{pR}/\hbar = 0.04 \qquad l = 0.04\,\hbar$

всяка степен на p.r дава максимум $\ell = 1\hbar$

Забранени преходи от първи порядък

$l = 1,\ \ \pi_f \pi_i = \pi_{e\nu} = (-1)^l = -1 \qquad \Delta\pi$ – да

^{17}N $(1/2^-) \longrightarrow$ ^{17}O $(5/2^+)$ + e^- + $\tilde{\nu}$

^{76}Br $(1^-) \longrightarrow$ ^{76}Se (0^+) + e^+ + ν

^{122}Sb $(2^-) \longrightarrow$ ^{122}Sn* (2^+) + e^- + $\tilde{\nu}$

Ферми преходи: $l = 1,\ S = 0:\ \ \Delta I = 0,1$ без $0^+ \to 0^+$

Г-Т преходи: $l = 1,\ S = 1:\ \ \Delta I = 0,1,2$

	разрешени		забранени		
	свръх	нормални	1 порядък	2 порядък	3 порядък
lgft средно за групата	**3-3,5**	**5**	**9**	**15**	**18**

Четност и закон за запазване на четността

$\vec{r} \xrightarrow{\Pi} -r$ $\Pi \equiv \begin{pmatrix} x \to -x \\ y \to -y \\ z \to -z \end{pmatrix}$ $\Pi \equiv \begin{pmatrix} r \to r \\ \theta \to \pi - \theta \\ \varphi \to \pi + \varphi \end{pmatrix}$ $V(\vec{r}) = V(-\vec{r})$ $|\psi(\vec{r})|^2 = |\psi(-\vec{r})|^2$ $[\hat{H}, \hat{\Pi}] = 0$

$\hat{\Pi}\Psi(\vec{r}) = \pi\Psi(-\vec{r})$ $\hat{\Pi}^2\Psi(\vec{r}) = \pi^2\Psi(\vec{r}) = \Psi(\vec{r})$ $\pi = \pm 1$

Вектори

$\hat{\Pi}\vec{V} = -\vec{V}$ $\vec{r}, \vec{v}, \vec{p}, \vec{F}, \vec{E}$

Псевдовектори

$\hat{\Pi}\vec{V} = \vec{V}$ $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p},\ \vec{B} = \frac{1}{c^2}\vec{v} \times \vec{E}$

Четността се запазва абсолютно при силното ядрено и е-м взаимодействия!

А за слабото ядрено?

θ-τ парадокс

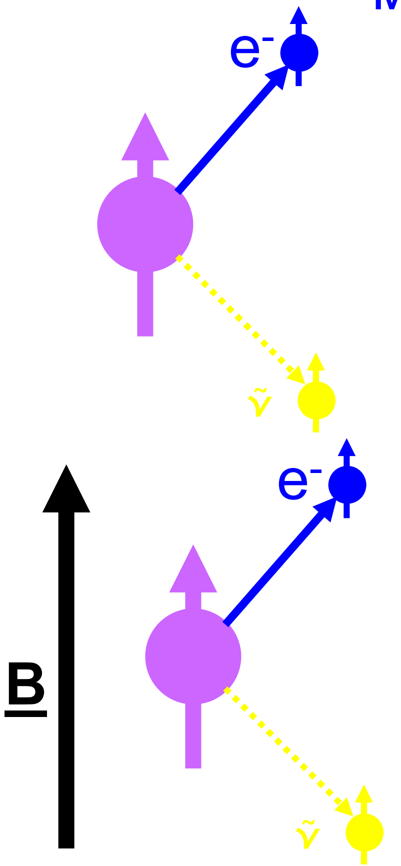
$\Theta^+ \to \pi^+ + \pi^0$ $\tau^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$

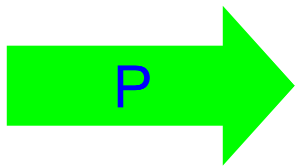
$\Pi[\Theta^+] = (-1)(-1) = +1$ $\Pi[\tau^+] = (-1)(-1)(-1) = -1$

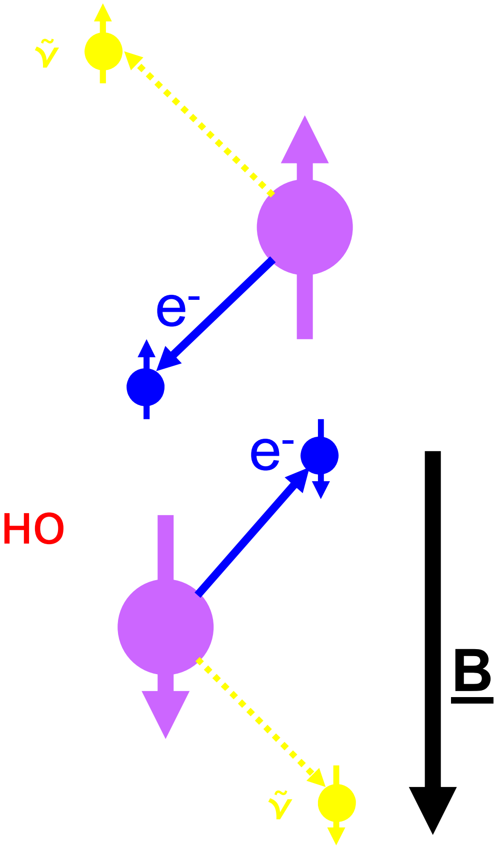
(Lee-Yang 1956) – една и съща частица (К-мезони), но четността не се запазва за слабото ядрено взаимодействие

Експеримент на Ву

малък ефект ⟶ директна проверка







Смяната на посоката на магнитното поле е еквивалентно на трансформацията пространствено отражение

T=0.01K

99.88% $\quad {}^{60}Co\,(5^+) \longrightarrow {}^{60}Ni^*\,(4^+) + e^- + \tilde{\nu}$

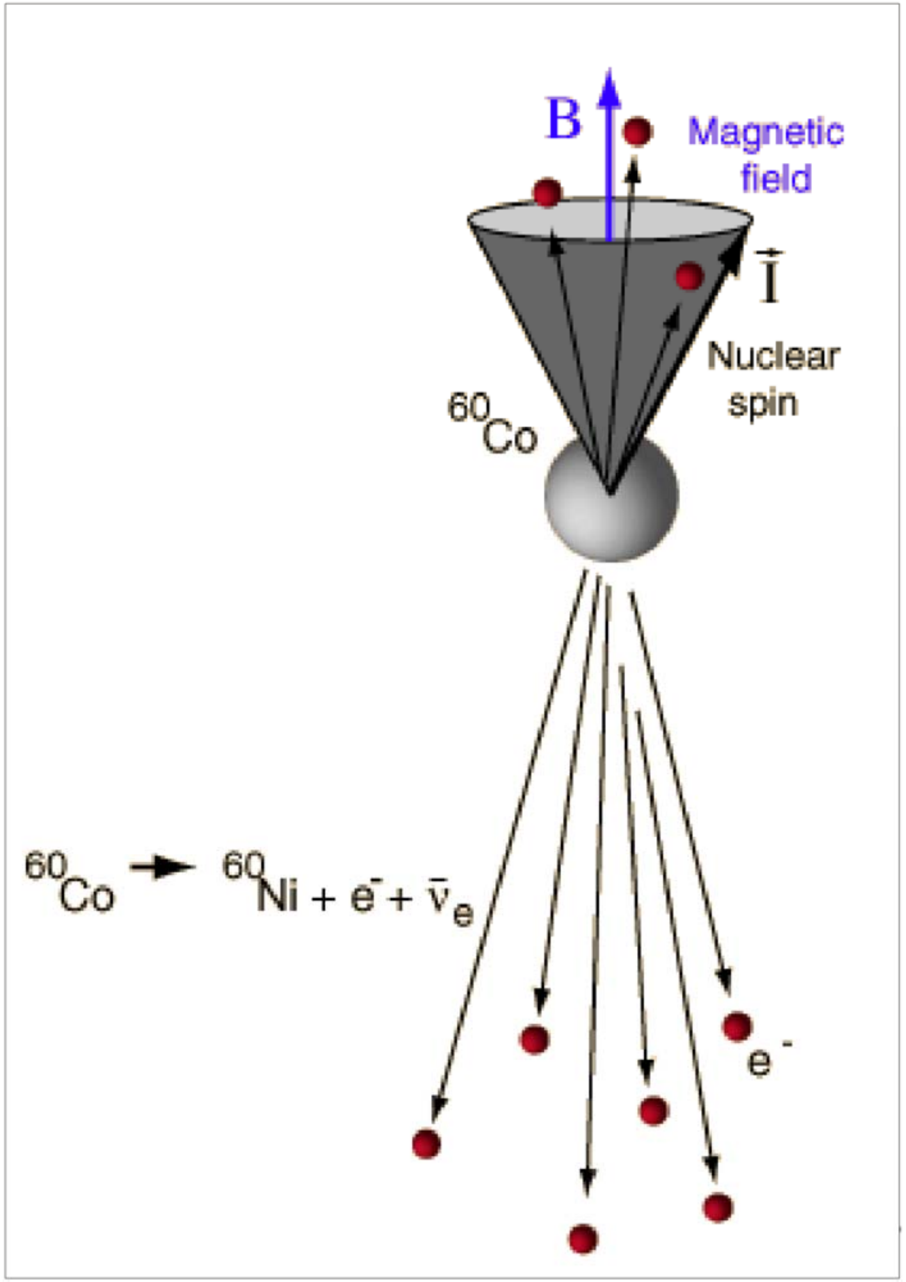
Четността се запазва

$N_{e-}(\uparrow I) = N_{e-}(\downarrow I)$

Четността не се запазва

$N_{e-}(\uparrow I) \neq N_{e-}(\downarrow I)$

Експеримент на Ву – Phys. Rev. 105, 1413(1957)



~70% ефект

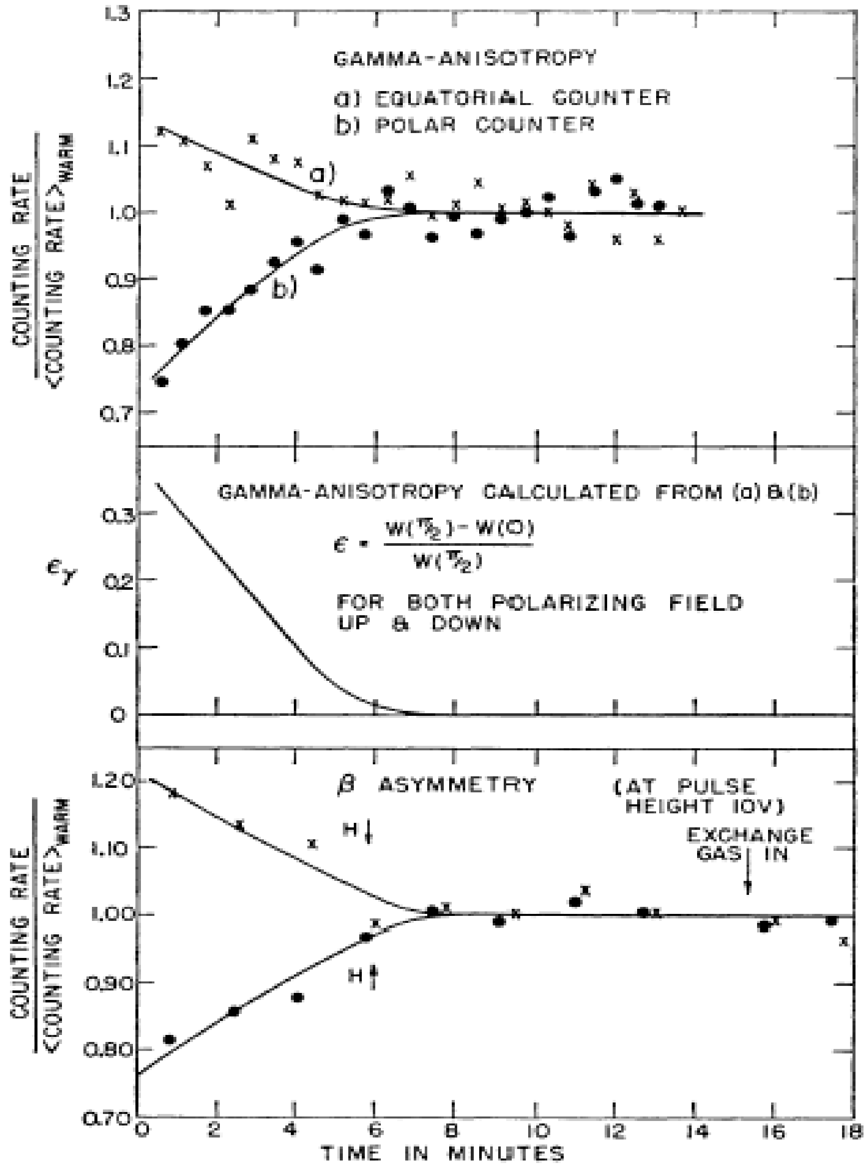
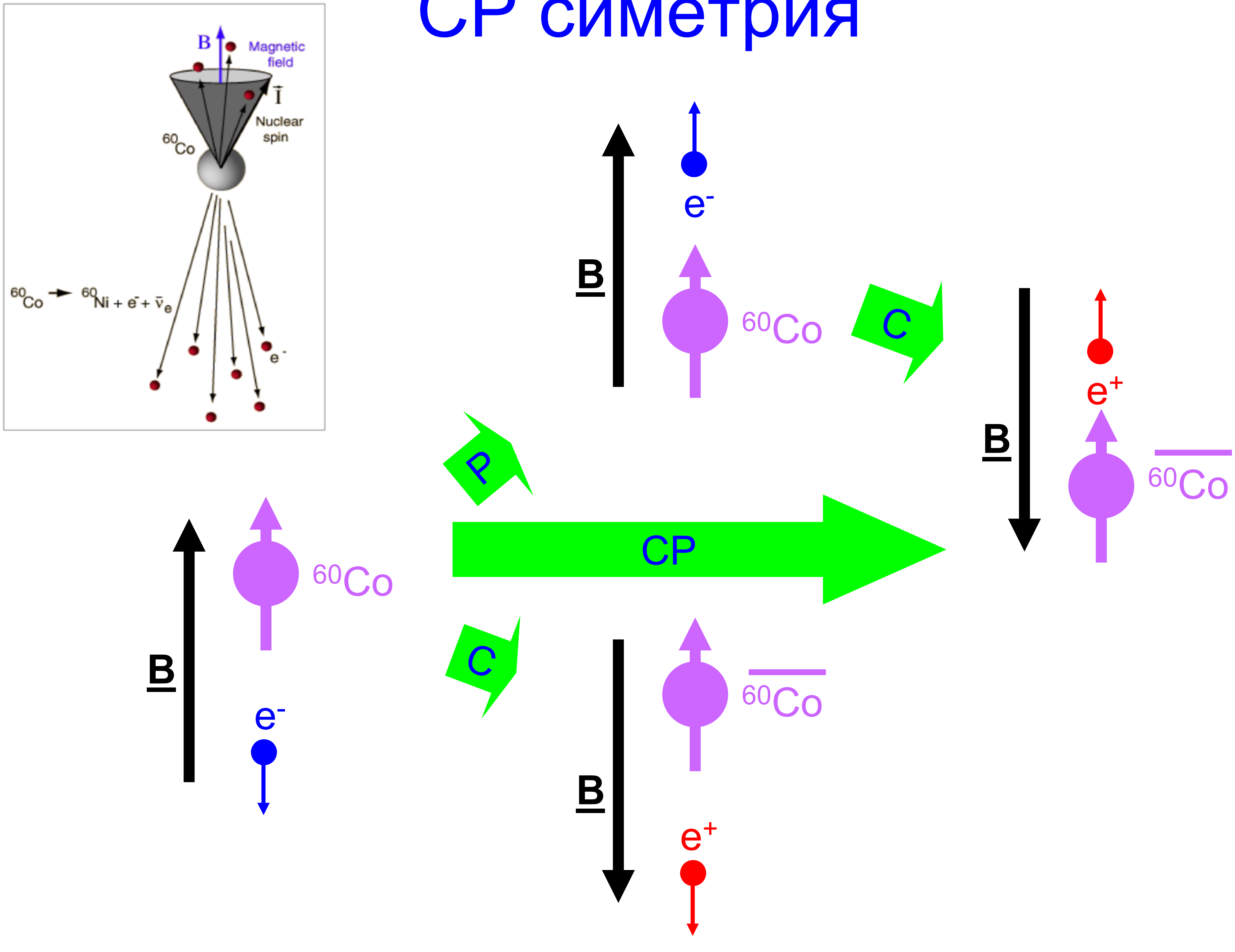


FIG. 2. Gamma anisotropy and beta asymmetry for polarizing field pointing up and pointing down.

CP симетрия



B
Magnetic field
Ī
Nuclear spin
60Co
60Co → 60Ni + e- + ν̄e
e-
B
e-
60Co
C
B
e+
60Co
P
CP
B
60Co
C
e-
B
60Co
e+