Ядрен слоест модел. Възникване на ядрени колективни състояния.

Ефективни ядрени сили

Ядрен многочастичен проблем: да се опишат свойствата на ядрената система като квантовомеханична система изградена от голям, но краен брой, силно взаимодействащи частици!

$$\hat{H}\Psi(1,2,\ldots A) = E\Psi(1,2,\ldots A) \qquad \{i\} = \{\vec{r}_i, \vec{p}_i, \vec{s}_i, \vec{t}_i\}$$

$$\hat{H} = \hat{T} + V(1,2,\ldots A) = \sum_{i=1}^{A} -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_i + V(1,2,\ldots,A)$$

$$V(1,2,\ldots A) \approx \sum_{i<k} V(i,k)$$

Вътре в ядрото чистите нуклеон-нуклеонни сили се изменят поради факта, че взаимодействието протича в среда на ядрена материя, а не във вакуум

- да се опишат нуклеони-нуклеонните сили вътре в ядрото на базата на чисто N-N взаимодействие – ренормализира чистото N-N взаимодействие, отчитайки средата и конфигурационното пространство (метод на Brueckner (G-матрица), $V_{low\text{-}k}$);

- да се постулира (феноменологичен подход) или да се намери (Хартри-Фок методи) сила/потенциал, която включва основните характеристики на чистото нуклеон-нуклеонно взаимодействие, определящи поведението на с-мата при определени условия;

Приближение на средно поле (модел на независими частици)

В ядрото отделните нуклеоните се държат като не взаимодействащи частици движещи се в потенциал генериран от всички тях!

$$\sum_{i<k=1}^{A} V(i,k) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{A}\sum_{k\neq i}^{A} V(i,k) \approx \sum_{i=1}^{A} V(i)$$

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^{A} -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_i + \sum_{i<k} V(i,k) = \sum_{i=1}^{A}\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_i + V(i)\right) + \underbrace{\sum_{i<k} V(i,k) - \sum_{i=1}^{A} V(i)}_{\hat{H}_{res}}$$

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \cancel{\hat{H}_{res}}$$

$$\hat{H}_0 = \sum_{i=1}^{A}\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_i + V(i)\right) = \sum_{i=1}^{A} h_i \qquad h_i\varphi_i = \epsilon_i\varphi_i$$

$$\Psi(1,2,...A) = \varphi_1\varphi_2...\varphi_A = \prod_{i=1}^{A}\varphi_i$$

$$E = \sum_{i=1}^{A}\epsilon_i$$

Антисиметричност: $\Psi(1,2,...A) = \begin{vmatrix} \varphi_1(1) & \varphi_1(2) & ... & \varphi_1(A) \\ \varphi_2(1) & \varphi_2(2) & ... & \varphi_A(A) \\ . & . & ... & . \\ \varphi_A(1) & \varphi_A(2) & ... & \varphi_A(A) \end{vmatrix}$

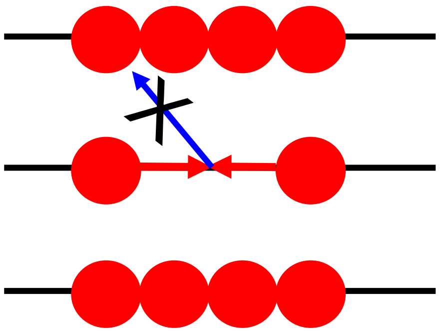
Нуклеоните последователно запълват енергетични нива в средното поле.

Обосновка на приближението на средно поле

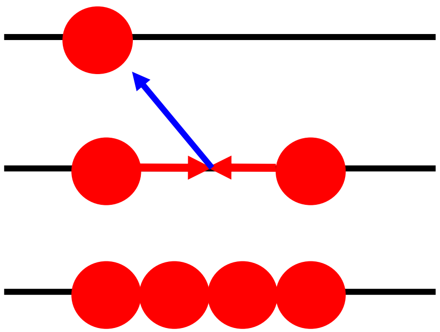
• силното ядрено взаимодействие в ядрото е относително "слабо" (~2.2 MeV ^{2}H)

• от $R=1.2A^{1/3}$fm и R_N=1 fm $\Longrightarrow$ $(A.V_N)/V_{ядро} \cong 60\%$ $\Longrightarrow$ 40 % от ядреният обем е свободен, т.е. съприкосновенията м/у нуклеоните са само повърхностни;

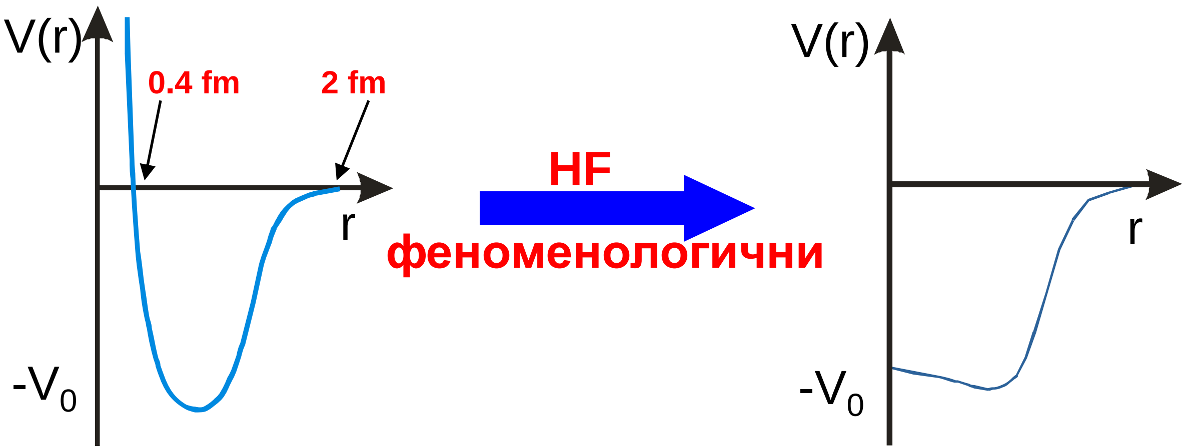
• Принцип на Паули:



10^{20} орбити/s без удар



Размиване на повърхността



Избор на средното поле

- сферично-симетричен потенциал;
- нуклеоните във вътрешността “усещат” ядрените равномерно от всички страни:

$$(\partial V(r)/\partial r)_{r=0} = 0$$

- ядрените сили нарастват от повърхността ($r=R_0$) към вътрешността на ядрото:

$$(\partial V(r)/\partial r)_{r<R_0} > 0$$

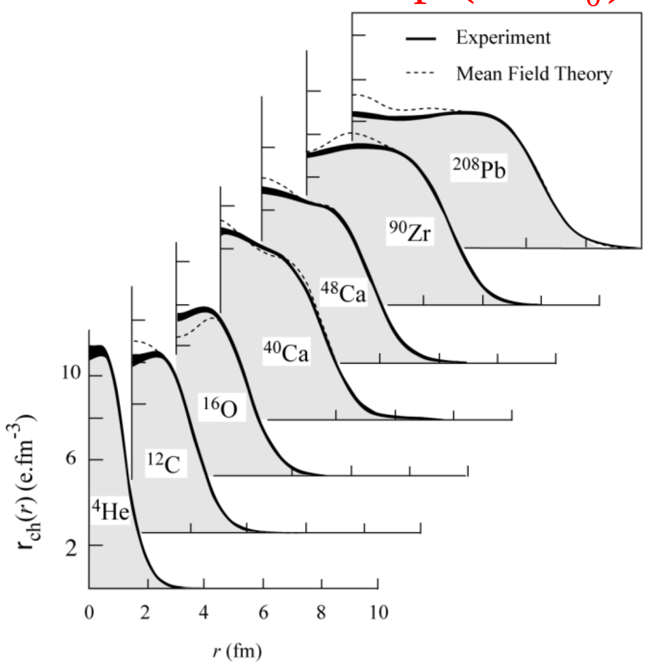
- поради късодействието на ядрените сили:

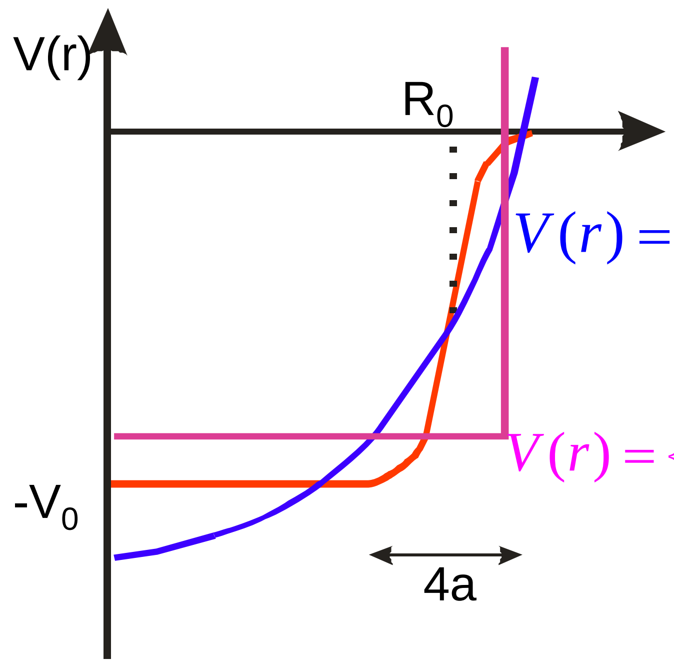
$$V(r)\,|_{r>R_0} \approx 0$$

Ядрените потенциали приблизително следват поведението на ядрената плътност

$$V(r) = \frac{V_0}{1+\exp[(r-R_0)/a]}$$

$V_0 \cong -50$ MeV, $R_0 = 1.2A^{1/3}$, $a \cong 0.5$ fm

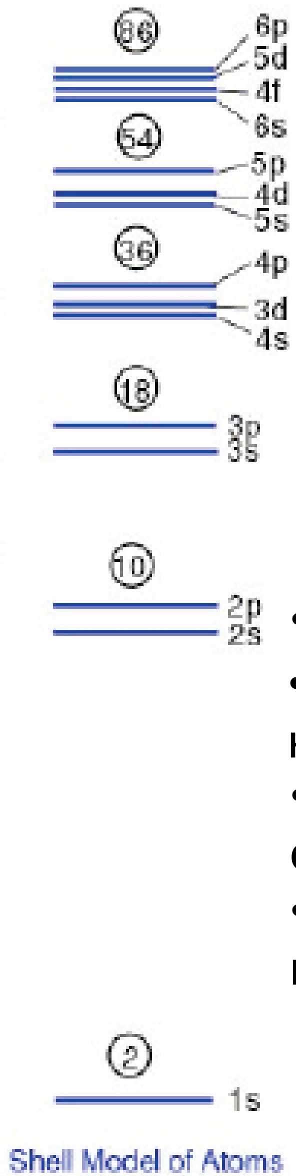


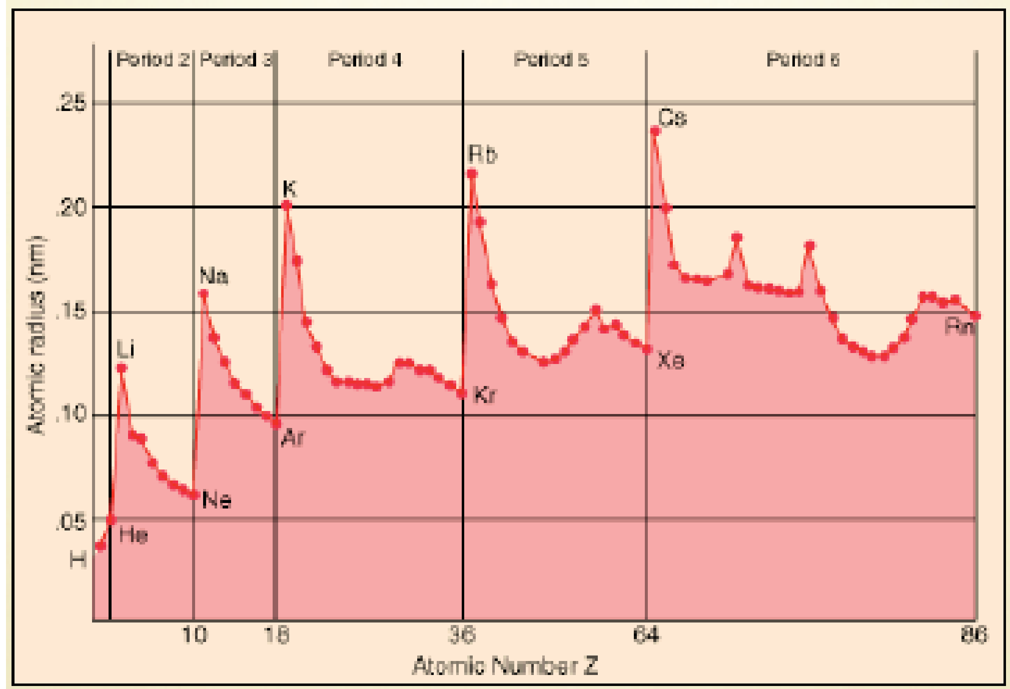


$$V(r) = \frac{1}{2} m\omega_0^2 (r^2 - R_0^2)$$

$$V(r) = \begin{cases} +\infty & r > R_0 \\ -V_0 & r \le R_0 \end{cases}$$

Аналогия с структурата на атомната обвивка





• запълнените атомни слоеве формират инертна сърцевина;

• химичните свойства на елементите се определят от електроните в незапълнените слоеве – валентни електрони;

• свойствата на атомите се изменят плавно със запълване на даден слой, но търпят рязък скок при преминаване от един слой към друг.

• Числата на запълване, при които се наблюдават такива скокове се наричат магически;

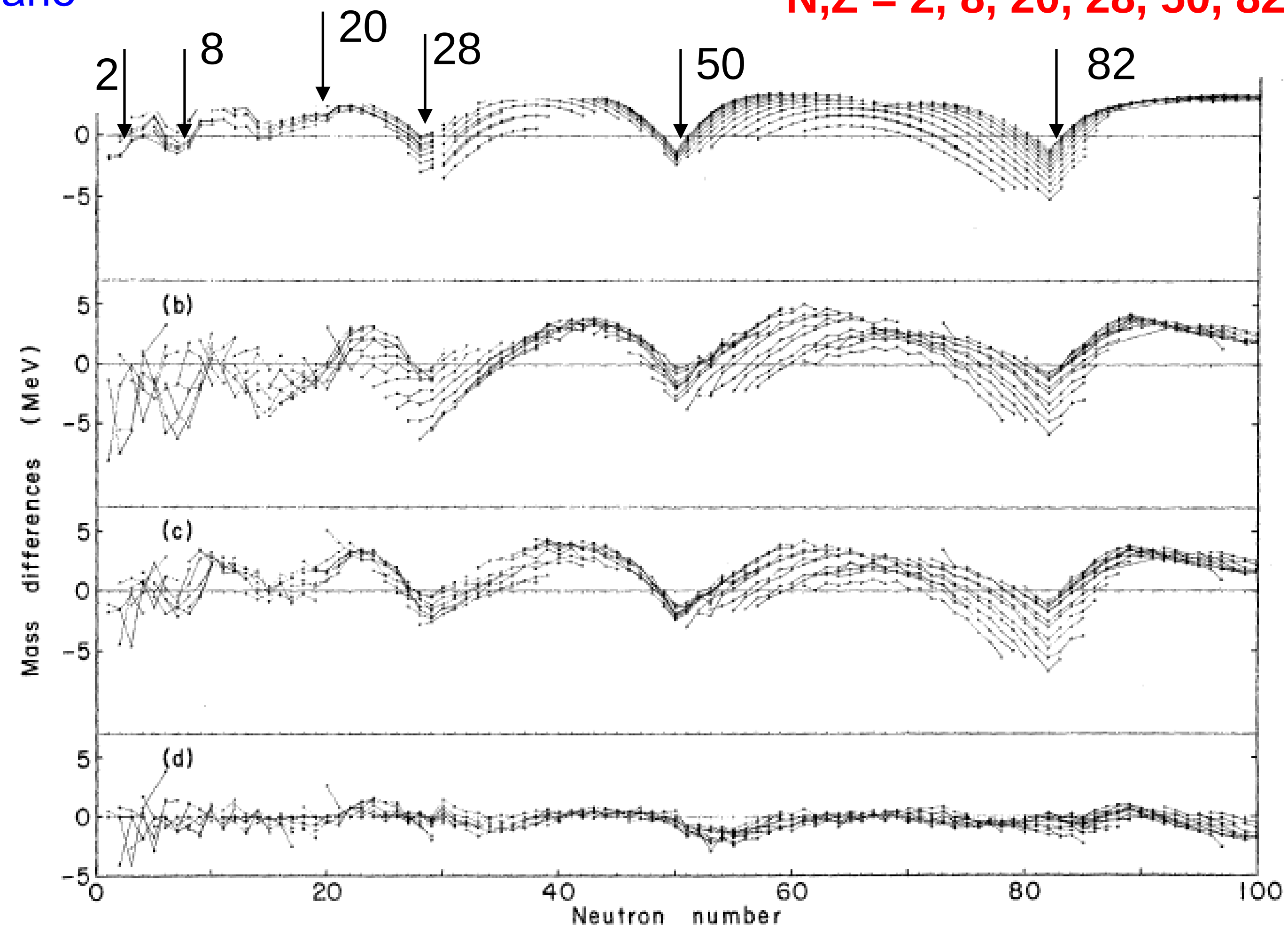
Внимание!!! в атома слоестата структура се генерира от външно поле (Кулоновото поле на ядрото) докато за ядрото такова не съществува!

Експериментални доказателства за съществуване на слоестата структура в атомните ядра

Съществуват ли магически числа за ядрото?

1) Течно-капковия модел не може да възпроизведе малки детайли в енергията на свързване

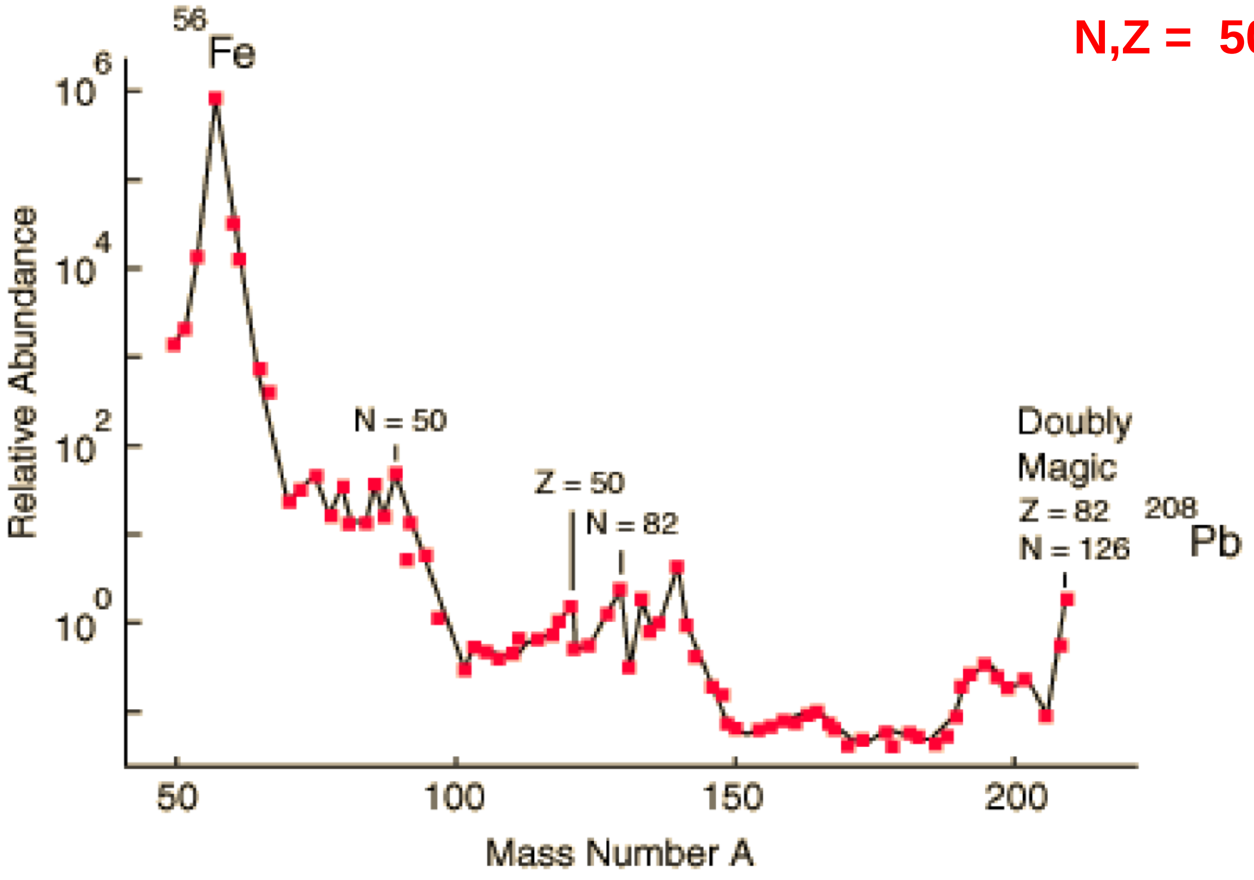
N,Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126



W.D. Mayers, W.J. Swiatecki, Nucl. Phys. 81(1966)1.

Експериментални доказателства за съществуване на слоестата структура в атомните ядра

2) Относителното разпространение на изотопите

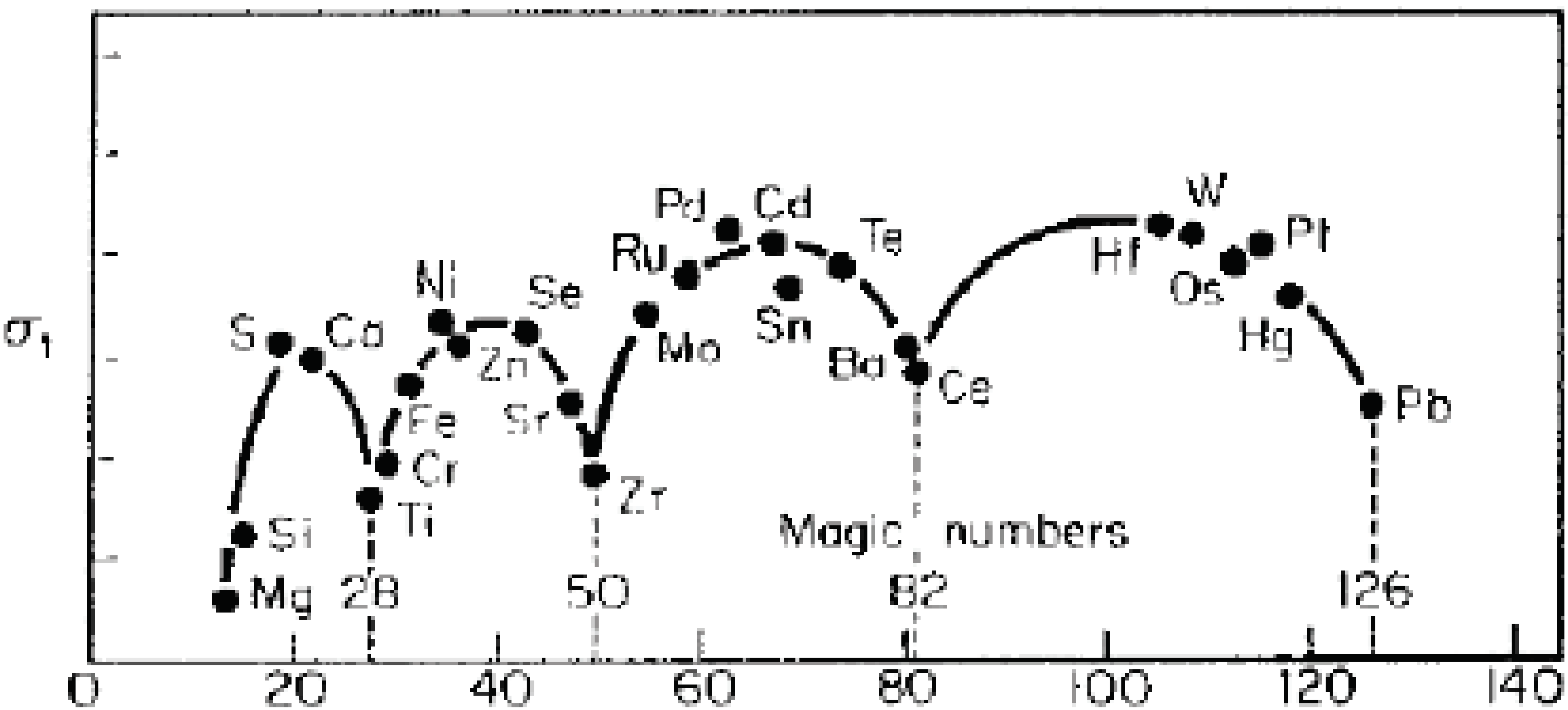


N,Z = 50, 82, 126

Експериментални доказателства за съществуване на слоестата структура в атомните ядра

3) Сечение за захващане на неутрони

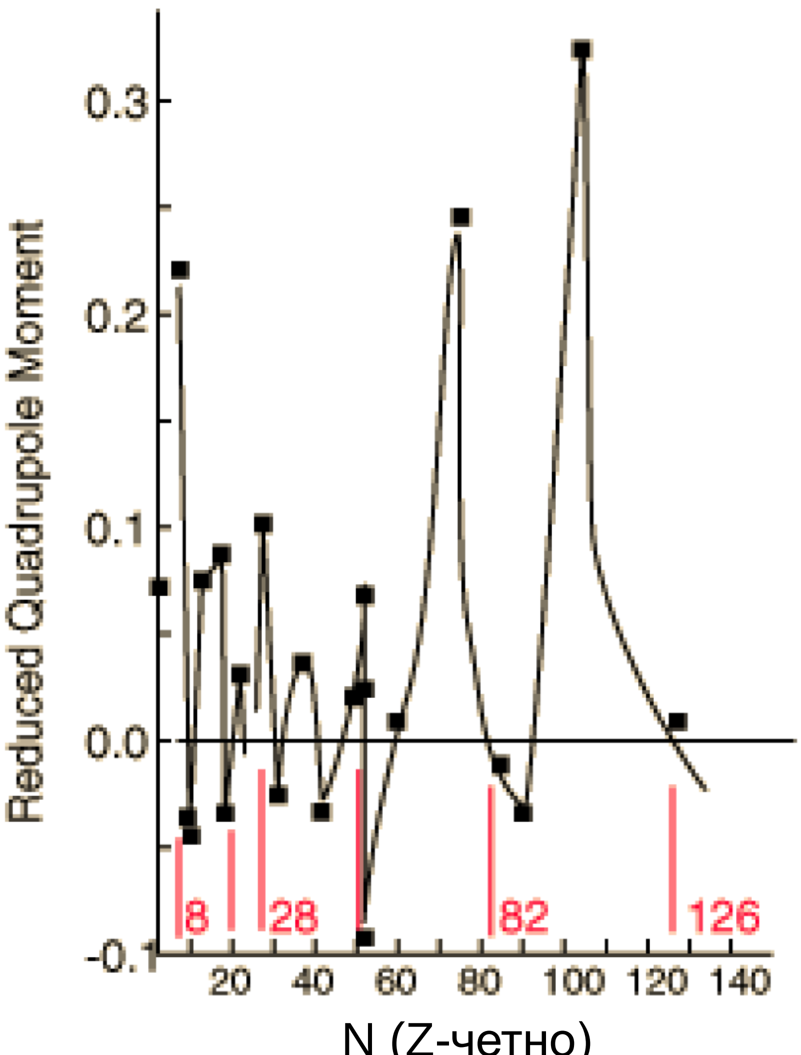
N,Z = 28, 50, 82, 126



N (Z-четно)

Експериментални доказателства за съществуване на слоестата структура в атомните ядра

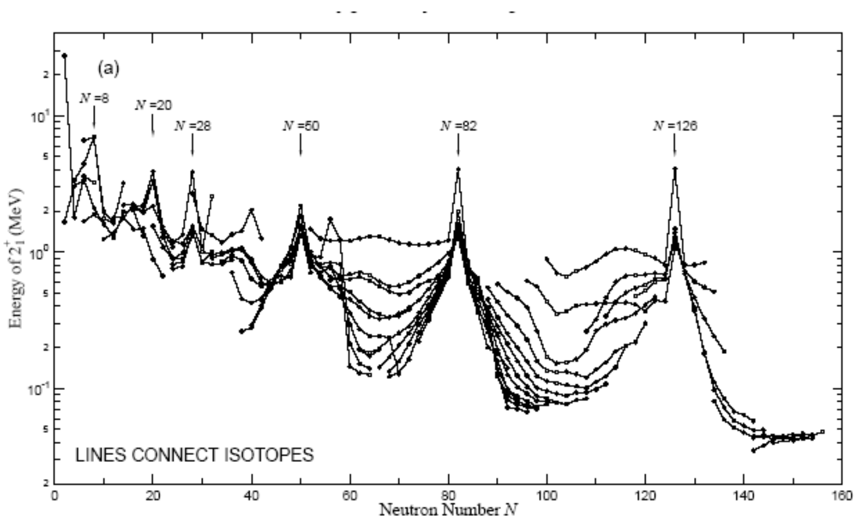
4) Квадруполни моменти

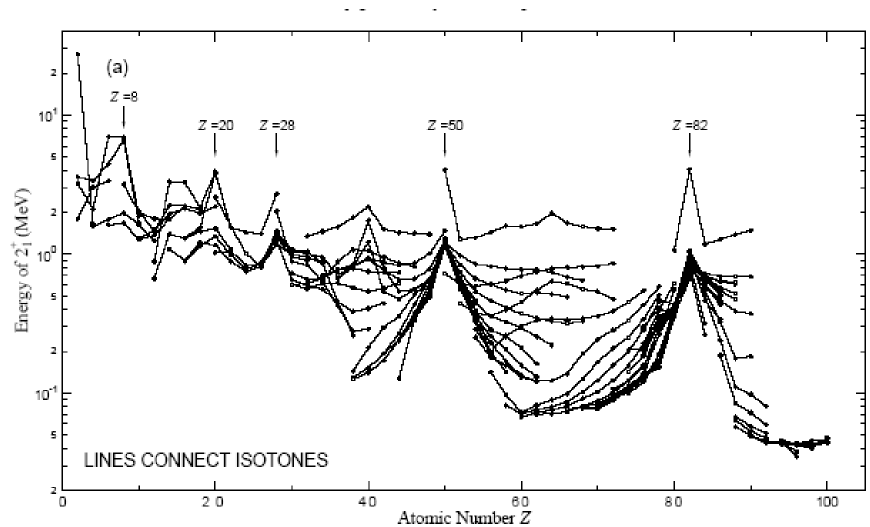


N,Z = 8,20,28, 50, 82, 126

Експериментални доказателства за съществуване на слоестата структура в атомните ядра

5) Енергиите на първите възбудени 2^+ състояния в четно-четни ядра





S. Raman et al., Atomic Data and Nuclear Data Tables **78,** (2001)1

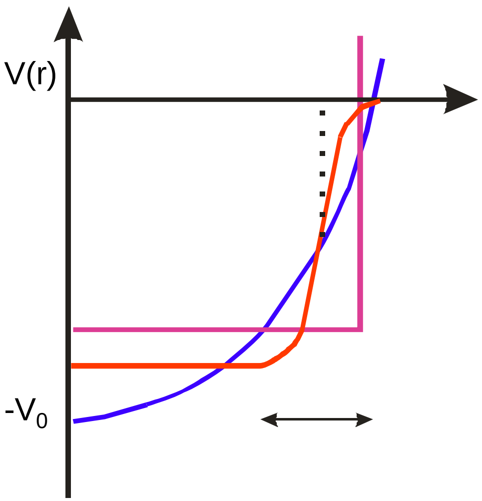
N,Z = 2, 8,20,28, 50, 82, 126

<u>Извод:</u> в ядрото съществува слоеста структура, която се асоциира със следните магически числа **2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 (Z?).** Разгледаните до тук експериментални факти могат да се използват и за критерии за слоестата структура. Всеки ядрен модел **трябва да възпроизвежда магическите числа**!

Слоест модел (приближение на средно поле)

Потенциал на Woods-Saxon

$$V(r) = \frac{V_0}{1+\exp[(r-R_0)/a]}$$



Централен потенциал:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2mr^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)+\frac{\hat{l}^2}{2mr^2}+V(r)\right]\psi = E\psi$$

$$\psi(r,\theta,\varphi) = R(r)Y(\theta,\varphi)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{d^2R}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dR}{dr}\right)+\left[V(r)+\frac{l(l+1)}{2mr^2}\right]R = ER$$

$$\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]Y = \lambda Y$$

$$l^2Y_{lm}(\theta,\varphi) = \hbar^2 l(l+1)Y_{lm}(\theta,\varphi) \quad l = 0,1,2,....(s,p,d....)$$

$$l_zY_{lm}(\theta,\varphi) = \hbar m Y_{lm}(\theta,\varphi) \qquad l_z = -l,-l+1,....0,....l-1,+l$$

$$s^2\chi_{s,s_z} = \hbar^2 s(s+1)\chi_{s,s_z} = \hbar^2\frac{3}{4}\chi_{s,s_z}$$

$$s_z\chi_{s,s_z} = \hbar s_z\chi_{s,s_z} = \pm\hbar\frac{1}{2}\chi_{s,s_z}$$

$$\psi(r,\theta,\varphi) = R(r)Y(\theta,\varphi)\chi(\vec{s})$$

$$\vec{j} = \vec{l}+\vec{s}$$

$$\langle j^2\rangle = \hbar^2 j(j+1) \qquad j = l+1/2 \quad или \quad l-1/2$$

$$\langle j_z\rangle = \langle l_z+s_z\rangle = \hbar m_j \qquad m_j = -j,-j+1....j$$

Означения: $n\,l_j$

$1s_{1/2}$, $1p_{3/2}$, $1p_{1/2}$, $1d_{5/2}$, $1d_{3/2}$, $2s_{1/2}$, $1f_{7/2}$,

$1f_{5/2}$, $2p_{3/2}$, $2p_{1/2}$, $1g_{9/2}$, $2d_{5/2}$

Безкрайна потенциална яма и хармоничен сферичен осцилатор

Яма

$$R_l = N_l \, j_l(kr)$$

$$E_{nl} = \frac{\hbar^2}{2ma^2}(\xi_n^l)^2$$

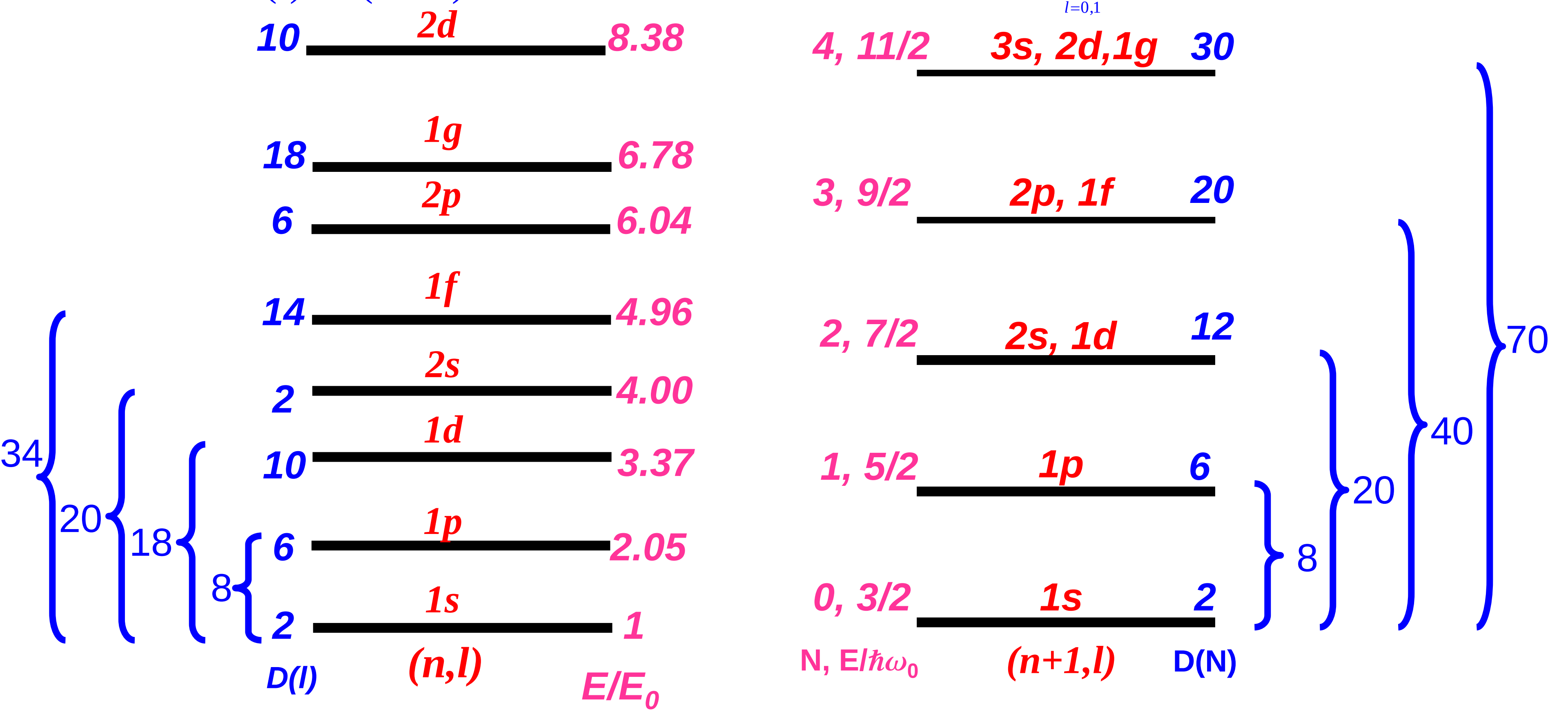
$$D(l) = 2(2l+1)$$

Осцилатор

$$R \propto F(-n, l+\frac{3}{2}, \frac{m\omega_0}{\hbar^2}r^2)$$

$$E_{nl} = \hbar\omega_0(2n+l+\frac{3}{2}) = \hbar\omega_0(N+\frac{3}{2})$$

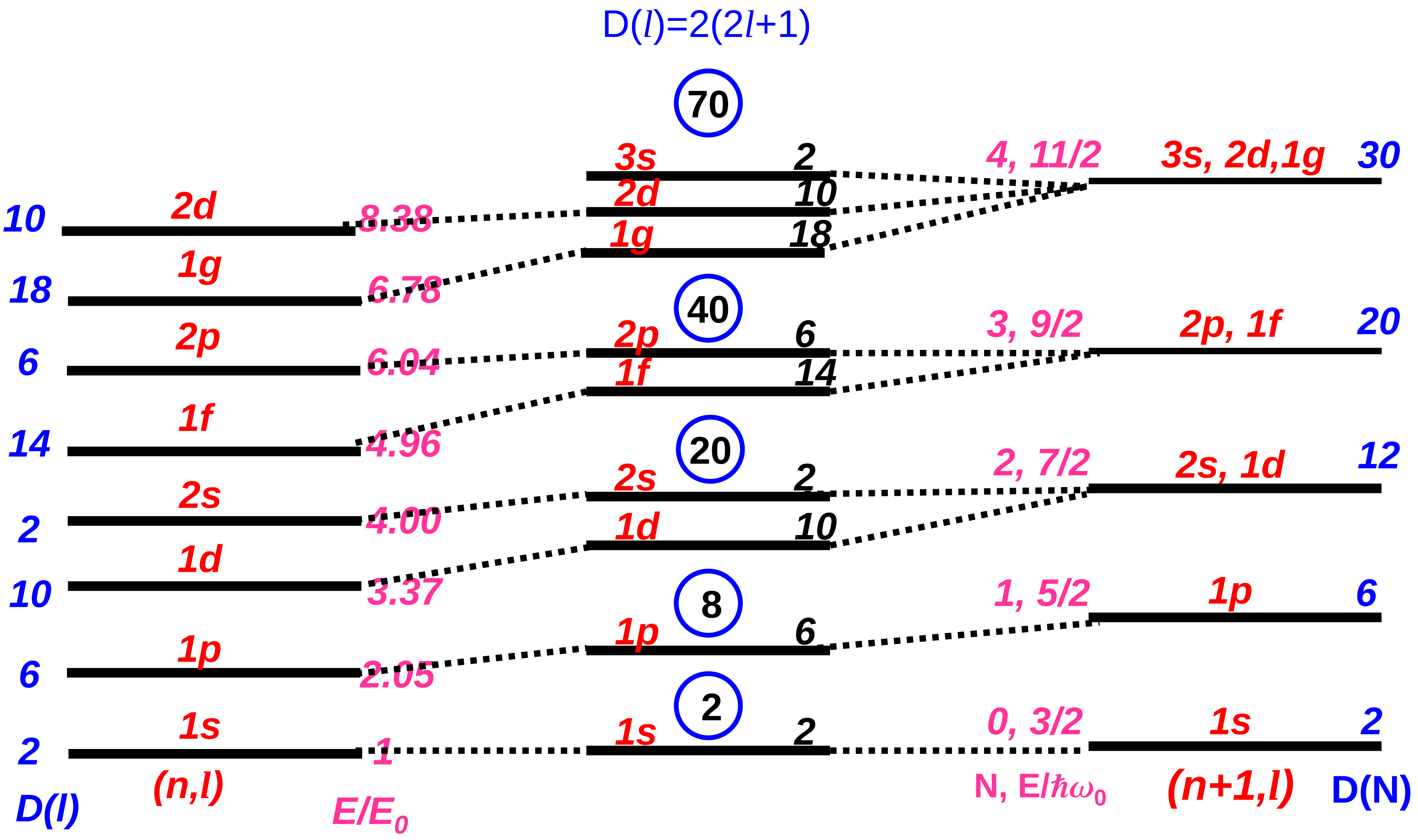
$$D(N) = 2\sum_{l=0,1}^{N}(2l+1) = (N+1)(N+2)$$



Междинна форма – l^2

Цел – по-реалистична форма + известна l^2 зависимост на NN взаимодействие!

Резултат – сваля допълнителното израждане за HO по различни стойности на l



Спин-орбитално взаимодействие

1949 - Maria Goeppert Mayer
Haxel, Jensen,Suess
1963 – Нобелева награда

$$V(r) = -V_0 + \frac{1}{2} m\omega_0^2 r^2 - \frac{2\alpha}{\hbar^2} \vec{l}.\vec{s}$$

$$\vec{l}.\vec{s} = \frac{1}{2}\left[(\vec{l}+\vec{s})^2 - \vec{l}^{\,2} - \vec{s}^{\,2}\right] = \frac{1}{2}\left[\vec{j}^{\,2} - \vec{l}^{\,2} - \vec{s}^{\,2}\right]$$

$$j = l \pm 1/2 \qquad j_z = -j, -j+1, ..., +j$$

$$n, l, s, j, j_z \quad \textit{но не и} \quad l_z \quad \textit{и} \quad s_z$$

$$|\, jj_z\rangle = R_{nl} \sum_{l_z, s_z} \langle ll_z \tfrac{1}{2} s_z \,|\, jj_z\rangle Y_{ll_z}(\theta,\varphi)\chi_{\frac{1}{2}s_z}$$

$$\vec{l}.\vec{s}\,|\, jj_z\rangle = \frac{1}{2}\left[(\vec{l}+\vec{s})^2 - \vec{l}^{\,2} - \vec{s}^{\,2}\right]|\, jj_z\rangle = \frac{\hbar^2}{2}\left[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)\right]|\, jj_z\rangle$$

$$j = l + s$$

$$\vec{l}.\vec{s}\,|\, jj_z\rangle = \frac{\hbar^2}{2}\left[(l+\frac{1}{2})(l+\frac{3}{2}) - l(l+1) - \frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)\right]|\, jj_z\rangle = \frac{\hbar^2 l}{2}|\, jj_z\rangle$$

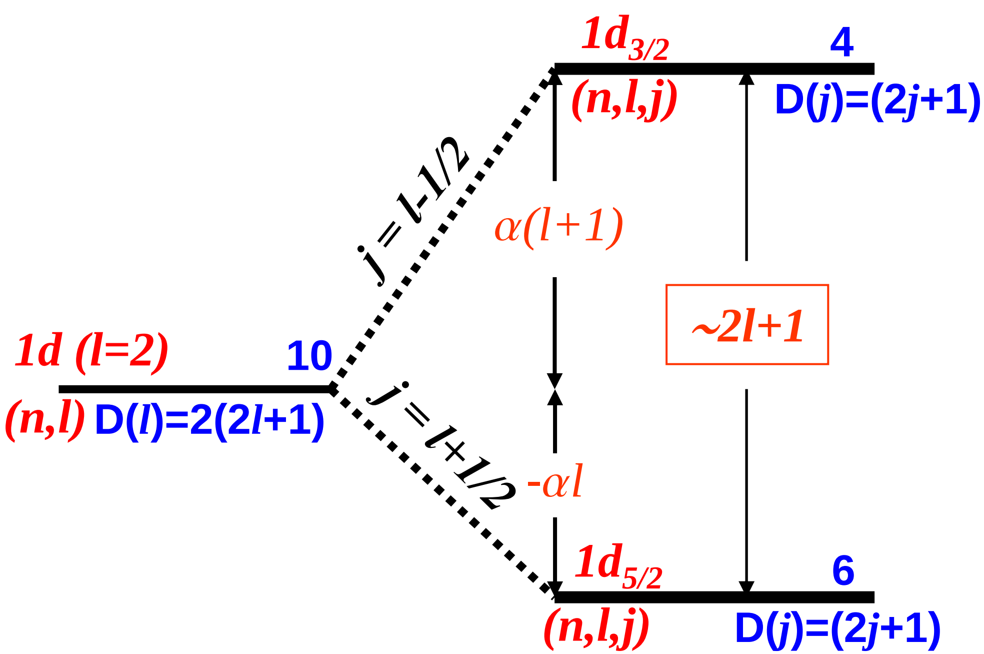
$$j = l - s$$

$$\vec{l}.\vec{s}\,|\, jj_z\rangle = \frac{\hbar^2}{2}\left[(l-\frac{1}{2})(l+\frac{1}{2}) - l(l+1) - \frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)\right]|\, jj_z\rangle = -\frac{\hbar^2(l+1)}{2}|\, jj_z\rangle$$

Спин-орбитално взаимодействие

$$V(r) = -V_0 + \frac{1}{2}m\omega_0^2 r^2 - \frac{2\alpha}{\hbar^2}\vec{l}.\vec{s} \qquad \vec{l}.\vec{s}\,|jj_z\rangle = \frac{\hbar^2}{2}\begin{pmatrix} l & за\ \ j=l+1/2 \\ -(l+1) & за\ \ j=l-1/2 \end{pmatrix}|jj_z\rangle$$

$$V(r) = -V_0 + \frac{1}{2}m\omega_0^2 r^2 + \alpha\begin{pmatrix} -l & за\ \ j=l+1/2 \\ l+1 & за\ \ j=l-1/2 \end{pmatrix}$$



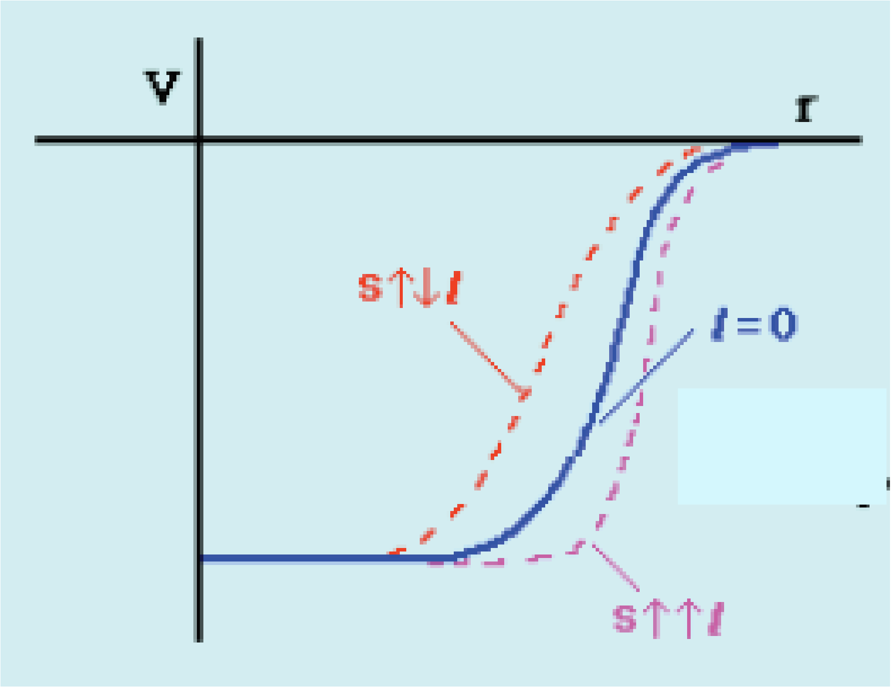
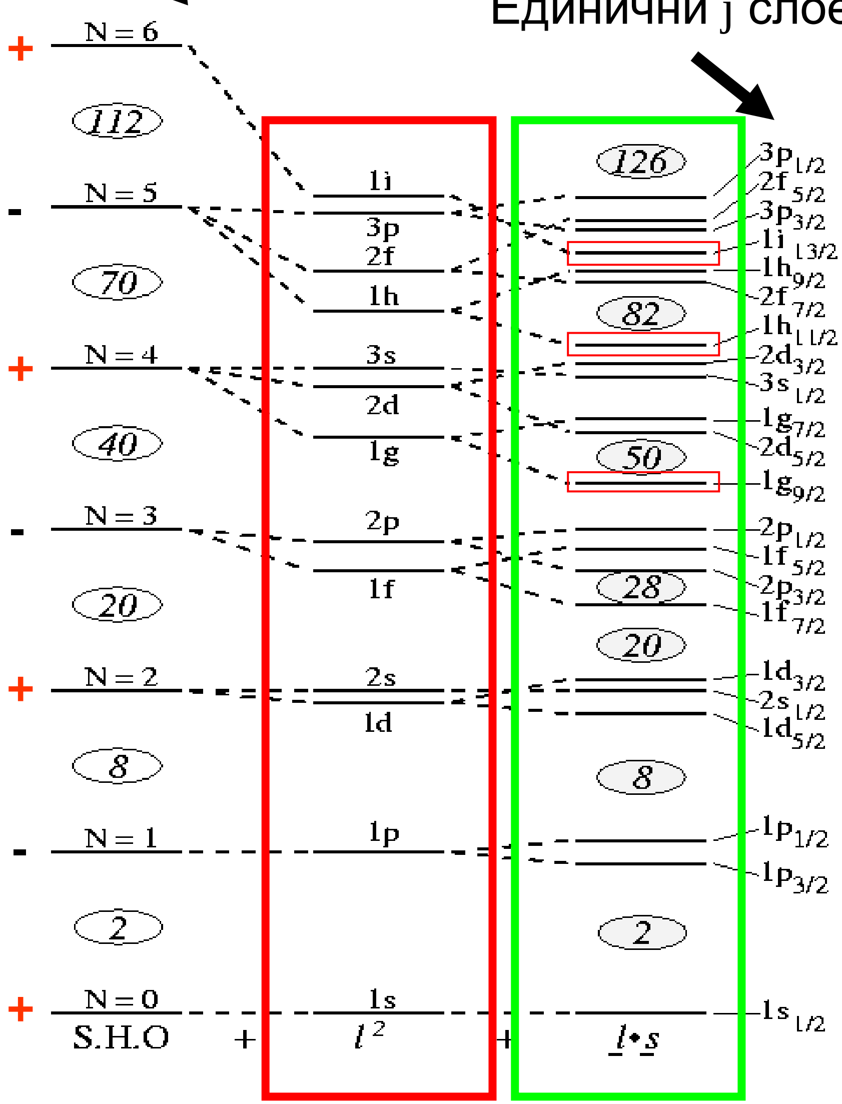


Схема на състоянията

Главни осцилаторни слоеве

Единични j слоеве



Четност на ядро отговарящо на запълнен j-слой

$$\pi = \prod_{i=1}^{N} (-1)^{l_i} = (-1)^{\sum_{i=1}^{N} l_i} = (-1)^{Nl}$$

2j + 1 израждане $\longrightarrow$ запълнен j слой отговаря на четен брой частици *N* $\longrightarrow$ **положителна четност**

Спин на ядро отговарящо на запълнен j-слой

$$J_z = (-j) + (-j+1) + ... + (j-1) + j = 0$$

$$J = 0$$

Основното състояние на всяко ядро, което има брой нуклеони отговарящи на запълнен главен или единичен j слой има спин-четност:

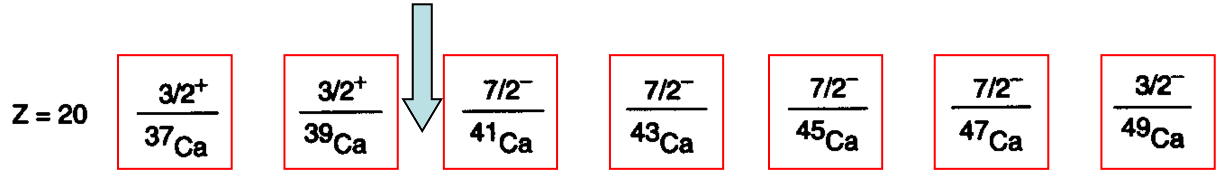
$$J^{\pi} = 0$$

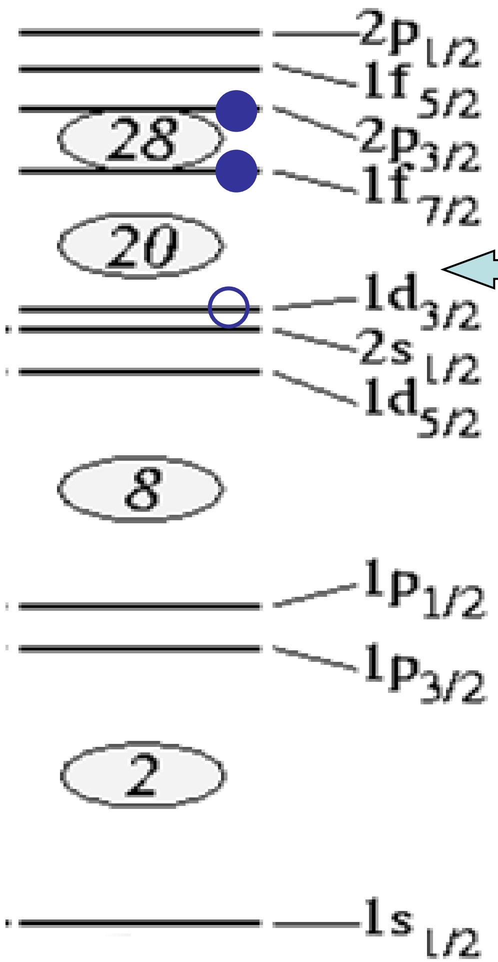
Едночастичен слоест модел

За четно-нечетни ядра: запълнените j-слоеве допринасят в общия спин на ядрото $J^{\pi}=0^{+} \Longrightarrow$ свойствата на ядрото ще се определят от последния, нечетен нуклеон

$$n\ell j \Longrightarrow J=j \quad \pi=(-1)^{\ell}$$

$${}^{40}_{20}Ca_{20}(J^{\pi}=0^{+})$$





$${}^{40}_{20}Ca_{20}$$

Три-частични конфигурации

$$\vec{J}=\vec{j}+\vec{j}+\vec{j} \qquad J_{12}=0 \quad \Rightarrow J=j_3=j$$

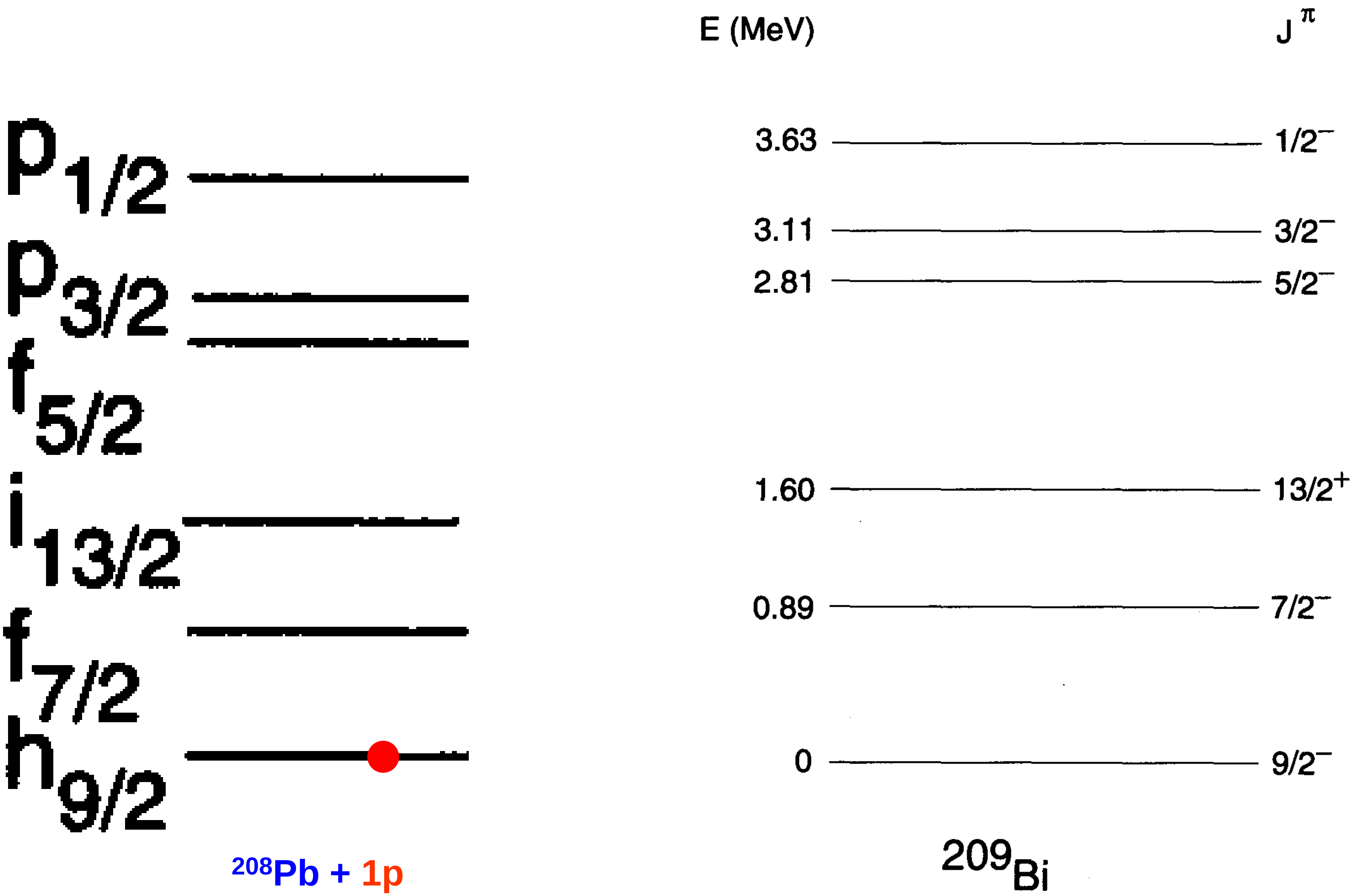
Пет-частични конфигурации

$$\vec{J}=\vec{j}+\vec{j}+\vec{j}+\vec{j}+\vec{j} \qquad J=j_{last}$$

Експериментален факт

Основното състояние на всички четни-четни ядра е 0^{+}

Възбудени състояния



Магнитни моменти

Магнитният момент на нечетно ядро се определя от последния нуклеон в състояние $j_z=j$

$$\mu = \langle j, j_z = j \,|\, \mu_z \,|\, j, j_z = j \rangle$$

Теорема за проекциите (формула на Ланде): за всеки векторен оператор $\vec{A}$ действащ във система със спин $\vec{I}$ е изпълнено:

$$\langle IM \,|\, A_q \,|\, IM' \rangle = \frac{\langle IM \,|\, \vec{I}.\vec{A} \,|\, IM \rangle \langle IM \,|\, I_q \,|\, IM' \rangle}{\langle IM \,|\, I^2 \,|\, IM \rangle}$$

$$\vec{\mu} = (g_l \vec{l} + g_s \vec{s})\mu_N / \hbar$$

$$\mu = \langle jj \,|\, \mu_z \,|\, jj \rangle = \frac{\langle jj \,|\, j_z \,|\, jj \rangle \langle jj \,|\, (g_l \vec{l}.\vec{j} + g_s \vec{s}.\vec{j}) \,|\, jj \rangle}{\langle jj \,|\, j^2 \,|\, jj \rangle} \mu_N / \hbar =$$

$$= \frac{j}{j(j+1)} \langle jj \,|\, (g_l \vec{l}.\vec{j} + g_s \vec{s}.\vec{j}) \,|\, jj \rangle \mu_N / \hbar^2$$

$$\vec{j} = \vec{s} + \vec{l} \qquad (\vec{j} - \vec{l})^2 = s^2 \qquad 2(\vec{s}.\vec{j}) = j^2 - l^2 + s^2$$

$$(\vec{j} - \vec{s})^2 = l^2 \qquad 2(\vec{l}.\vec{j}) = j^2 + l^2 - s^2$$

$$\mu = \frac{1}{2(j+1)} \langle jj \,|\, (g_l (j^2 + l^2 - s^2) + g_s (j^2 - l^2 + s^2)) \,|\, jj \rangle \mu_N / \hbar^2 =$$

$$= \frac{1}{2(j+1)} \langle jj \,|\, (g_l (j(j+1) + l(l+1) - \frac{3}{4}) + g_s (j(j+1) - l(l+1) + \frac{3}{4})) \,|\, jj \rangle \mu_N$$

Магнитни моменти

Магнитният момент на нечетно ядро се определя от последния нуклеон в състояние $j_z=j$

$$\mu = \frac{1}{2(j+1)}\left[g_l\left(j(j+1)+l(l+1)-\frac{3}{4}\right) + g_s\left(j(j+1)-l(l+1)+\frac{3}{4}\right)\right]\mu_N$$

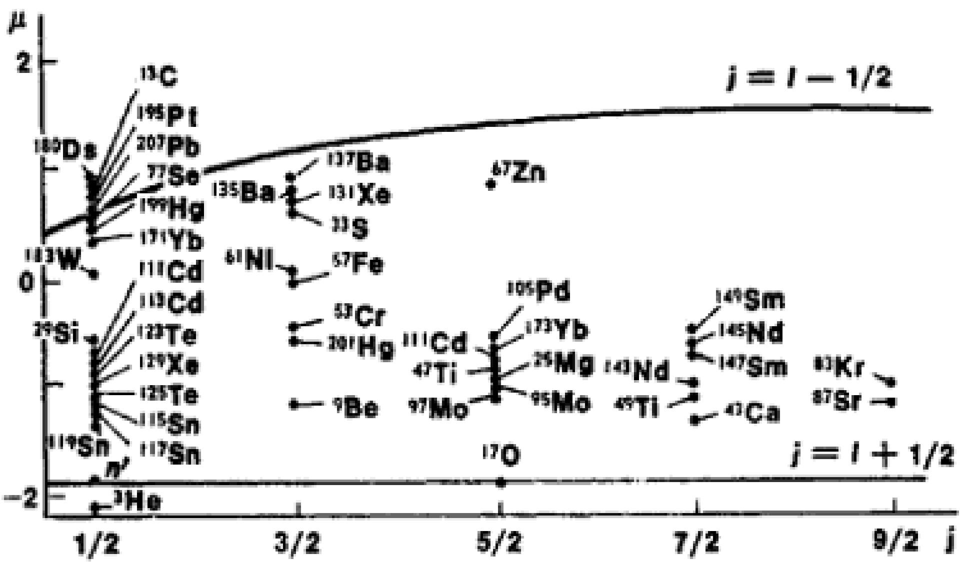
$$g_s = \begin{cases} 5.5856912(22) & \text{за протони} \\ -3.8260837(18) & \text{за неутрони} \end{cases}$$

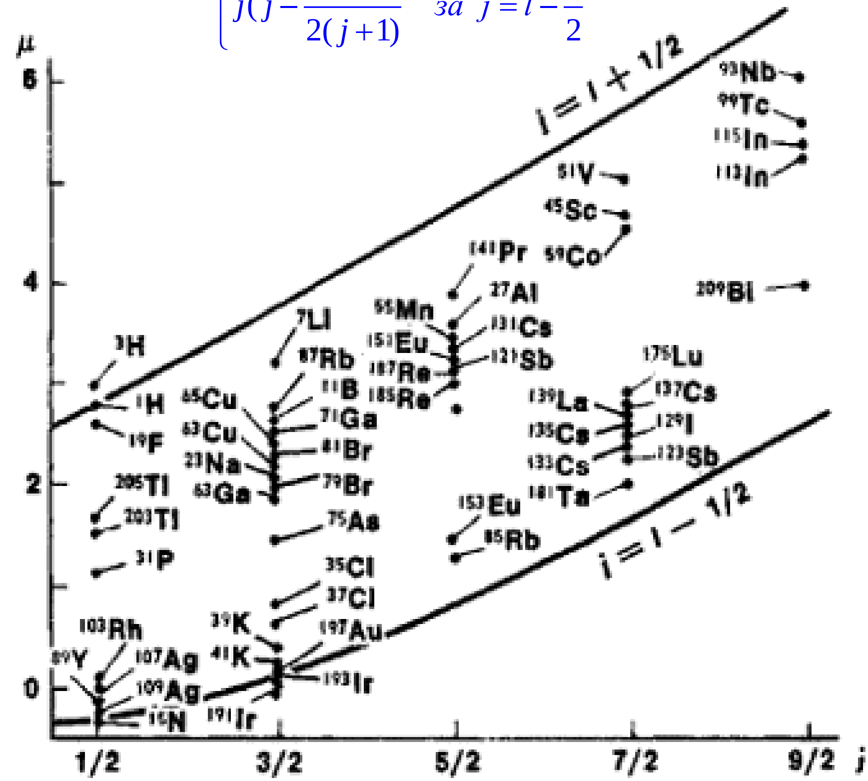
$$g_l = \begin{cases} 1 & \text{за протони} \\ 0 & \text{за неутрони} \end{cases}$$

$$\mu = \begin{cases} g_l\left(j-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}g_s & \text{за } j=l+\frac{1}{2} \\ \frac{j}{j+1}\left[g_l\left(j+\frac{3}{2}\right)-\frac{1}{2}g_s\right] & \text{за } j=l-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\mu_{odd\ Z} = \begin{cases} 2.29+j & \text{за } j=l+\frac{1}{2} \\ j\left(j-\frac{4.59}{2(j+1)}\right) & \text{за } j=l-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\mu_{odd\ N} = \begin{cases} -1.91 & \text{за } j=l+\frac{1}{2} \\ 1.91\frac{j}{2(j+1)} & \text{за } j=l-\frac{1}{2} \end{cases}$$





Квадруполни моменти

Квадруполният момент на нечетно ядро се определя от <u>последния нуклеон</u> в състояние $j_z=j$

$$\langle ls;\, jm|Q|ls;\, jm\rangle = \sum_{m_l}\langle lm_l s(m-m_l)|\, jm\rangle^2 \langle lm_l|Q|lm_l\rangle$$

$$\langle lm_l|Q|lm_l\rangle = \sqrt{\frac{16\pi}{5}}\int_0^\infty R_{nl}^*(r) r^2 R(r)_{nl} r^2 dr \int_0^{2\pi}\int_0^\pi Y^*_{lm_l}(\theta,\varphi) Y_{20}(\theta,\varphi) Y_{lm_l}(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta d\varphi$$

$$= \sqrt{\frac{16\pi}{5}}\langle r^2\rangle_{nl}\int_0^{2\pi}\int_0^\pi Y^*_{lm_l}(\theta,\varphi) Y_{20}(\theta,\varphi) Y_{lm_l}(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta d\varphi$$

$$\int_0^{2\pi}\int_0^\pi Y^*_{lm_l}(\theta,\varphi) Y_{20}(\theta,\varphi) Y_{lm_l}(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta d\varphi = (-1)^l\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\langle l-m_l 20|l-m_l\rangle\langle l020|l0\rangle$$

$$\langle lm_l|Q|lm_l\rangle = \langle r^2\rangle_{nl}(-1)^l\langle l-m_l 20|l-m_l\rangle\langle l020|l0\rangle$$

<u>***j=l+1/2, m=l+1/2:***</u> $Q = \langle ls;\, jm=j|Q|ls;\, jm=j\rangle = \langle ll\frac{1}{2}\frac{1}{2}|l+\frac{1}{2}l+\frac{1}{2}\rangle^2\langle ll|Q|ll\rangle$

$$\langle l\frac{1}{2};l+\frac{1}{2}l+\frac{1}{2}|Q|l\frac{1}{2};l+\frac{1}{2}l+\frac{1}{2}\rangle = \langle ll\frac{1}{2}\frac{1}{2}|l+\frac{1}{2}l+\frac{1}{2}\rangle^2\langle r^2\rangle_{nl}(-1)^l\langle l-l20|l-l\rangle\langle l020|l0\rangle$$

$$\langle ll\frac{1}{2}\frac{1}{2}|l+\frac{1}{2}l+\frac{1}{2}\rangle = (-1)^l \quad \langle l-l20|l-l\rangle = \frac{2l(2l-1)}{\sqrt{(2l-1)(2l)(2l+2)(2l+3)}} \quad \langle l020|l0\rangle = \frac{-2l(l+1)}{\sqrt{(2l-1)(2l)(2l+2)(2l+3)}}$$

$$Q = -e\frac{2l}{2l+3}\langle r^2\rangle_{nl} = -e\frac{2j-1}{2j+2}\langle r^2\rangle_{nl}$$

зависи само от j, не от l

j=l-1/2

$$\boxed{Q(j=\frac{1}{2})=0}$$

Квадруполни моменти

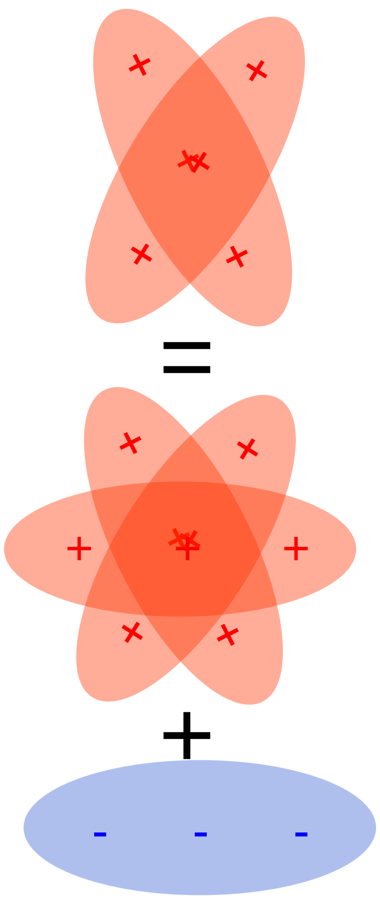
$$Q = -e\frac{2j-1}{2j+2}\langle r^2\rangle_{nl} \qquad |Q| \approx \langle r^2\rangle \approx 1.2^2 A^{2/3}\text{fm} = 1.22 A^{2/3} 10^{-2}\,\text{b}$$

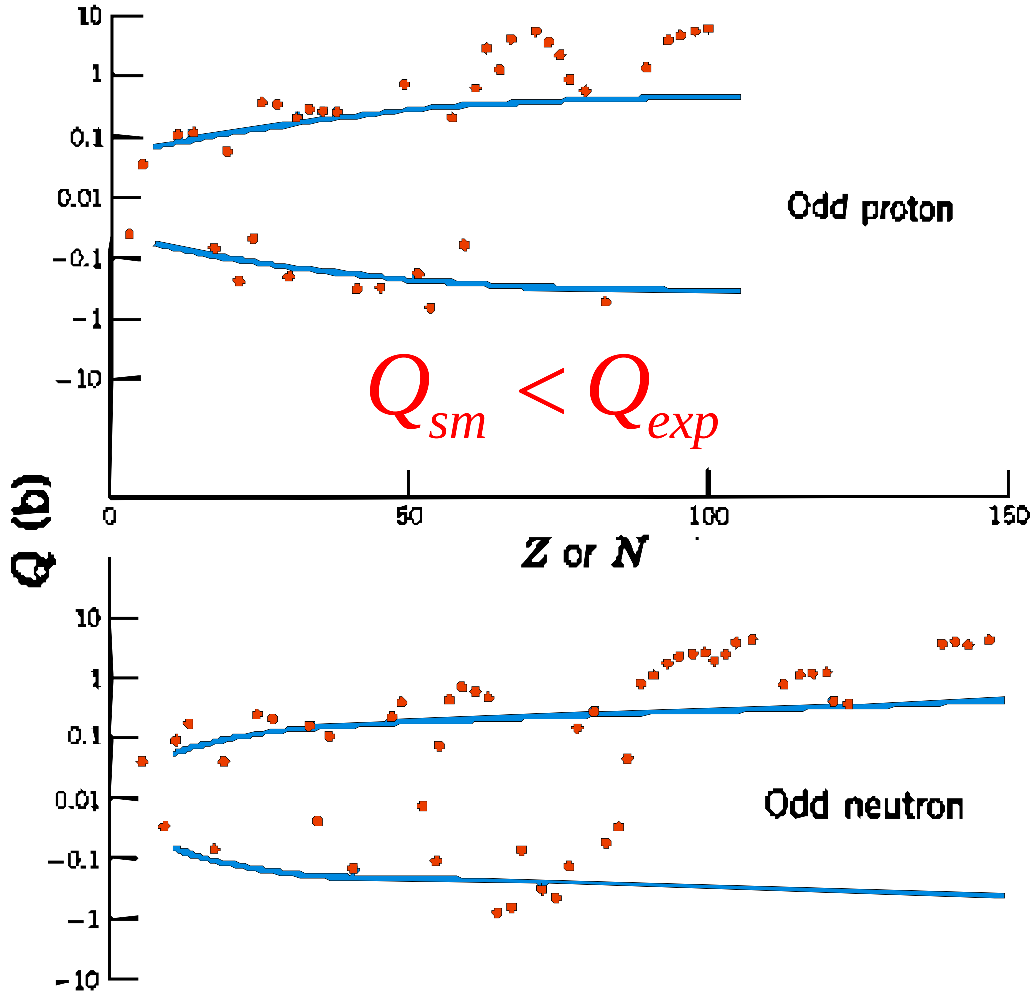
$$Q_{exp}(odd\ Z) \approx 2Q_{sm}(odd\ Z)$$
$$Q_{exp}(odd\ N) \approx Q_{sm}(odd\ N)$$

Поляризация на ядката:

$$e_n^{eff} = e_n + \alpha_n \frac{Z}{A} \approx 0 + \alpha_n \frac{1}{2} \qquad e_p^{eff} = e_p + \alpha_p \frac{Z}{A} \approx 1 + \alpha_p \frac{1}{2} \qquad \alpha_n^{exp} \approx 1 \quad \alpha_p^{exp} \approx 1 \div 2$$

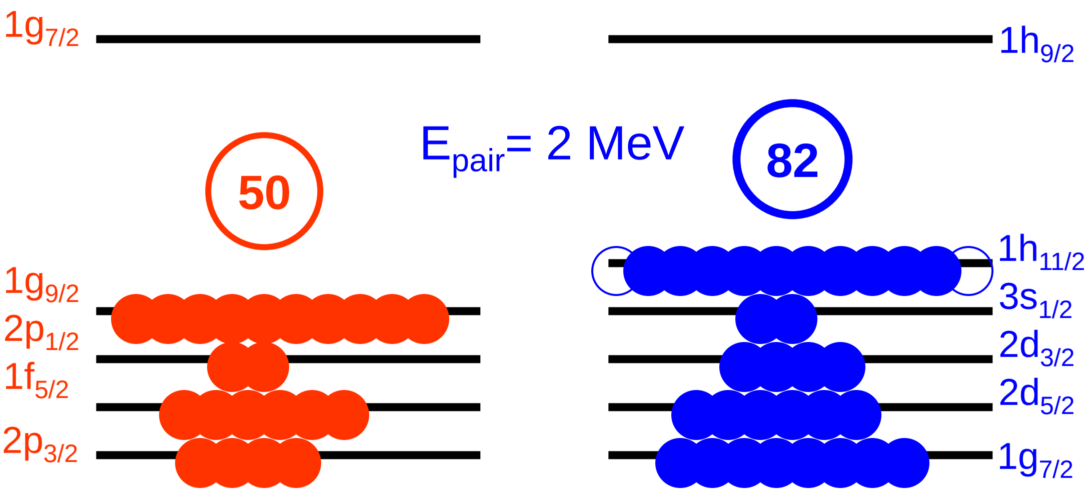
$$Q(hole) = -Q(particle)$$



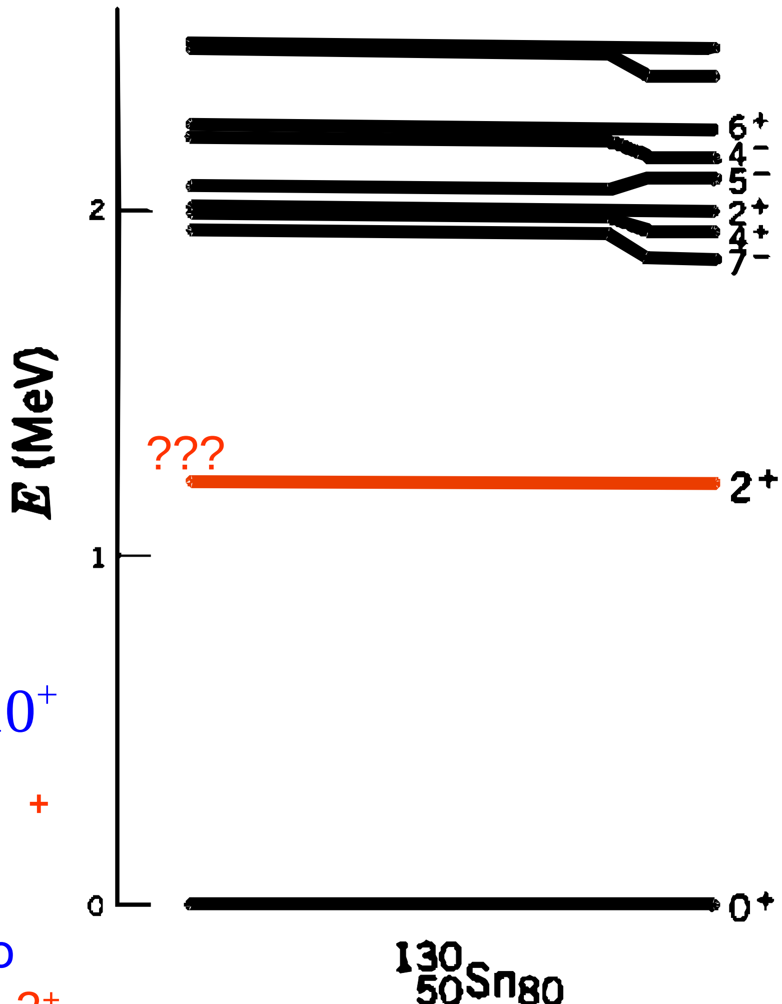


$$Q_{sm} < Q_{exp}$$

Колективни състояния



^{130}Sn (Z=50, N=80)



$$I^{\pi} = 0^{+}$$

$$|\, j_1 - j_2 \,| \le j \le j_1 + j_2$$

$$\nu : s_{1/2} \to h_{11/2} \qquad I^{\pi} = 6^{-}, 5^{-}$$

$$\nu : d_{3/2} \to h_{11/2} \qquad I^{\pi} = 4^{-}, 5^{-}, 6^{-}$$

$$\nu : h_{11/2} \to h_{11/2} \qquad I^{\pi} = 0^{+}, 2^{+}, 4^{+}, 6^{+}, 8^{+}, 10^{+}$$

$$\psi(2^{+}) = a\,\psi(\nu h_{11/2} \otimes \nu h_{11/2}) + b\,\psi(\nu d_{3/2} \otimes \nu d_{3/2}) + \\ + \ldots + c\,\psi(\nu d_{3/2} \otimes \nu s_{1/2}) + \ldots .$$

Експериментален факт – първото възбудено състояние в повечето от четно-четните ядра е 2^{+}

Синфазно възбуждане на група (или всички) нуклеони

Микроскопичен произход на колективните възбуждания

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^{A} -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_i + \sum_{i<k} V(i,k) = \sum_{i=1}^{A}\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_i + V(i)\right) + \sum_{i<k} V(i,k) - \sum_{i=1}^{A} V(i)$$

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \cancel{\hat{H}_{res}}$$

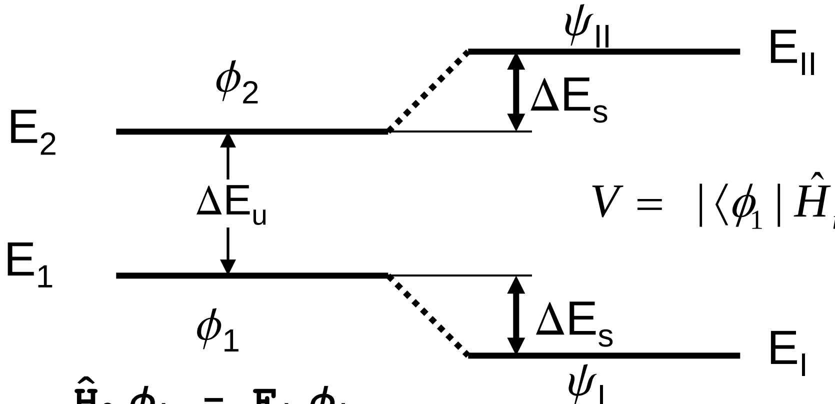
$$\hat{H}_0 = \sum_{i=1}^{A}\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_i + V(i)\right) = \sum_{i=1}^{A} h_i$$

$$h_i \varphi_i = \epsilon_i \varphi_i \qquad E = \sum_{i=1}^{A} \epsilon_i$$

$$\begin{pmatrix} h_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_2 & 0 & 0 \\ .. & .. & .. & .. \\ 0 & 0 & 0 & h_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ .. \\ \varphi_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ .. \\ \epsilon_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ .. \\ \varphi_A \end{pmatrix}$$

Какво ще се случи ако $H_{res} \neq 0$?

Смесване на две нива



$$V = |\langle \phi_1 | \hat{H}_{res} | \phi_2 \rangle|$$

$$\psi_I = \alpha\,\phi_1 + \beta\,\phi_2$$

$$\psi_{II} = -\beta\,\phi_1 + \alpha\,\phi_2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1$$

$$\left| \begin{matrix} E_1 & V \\ V & E_2 \end{matrix} \right| \; : \; E$$

$$\hat{H}_0\,\phi_i = E_i\,\phi_i$$

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{res} = \hat{T} + \hat{V}_0 + \hat{V}_{res}$$

$$E_{I,II} = \frac{1}{2}(E_1 + E_2) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(E_1 - E_2)^2 + 4V^2}$$

$$= \frac{1}{2}(E_1 + E_2) \pm \frac{\Delta E_u}{2}\sqrt{1 + \frac{4}{R^2}}$$

$$R = \frac{\Delta E_u}{V}$$

$$|\Delta E_S| = |E_I - E_1| = |E_{II} - E_2| = \frac{\Delta E_u}{2}\left[\sqrt{1 + \frac{4}{R^2}} - 1\right]$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left[R/2 + \sqrt{1 + R^2/4}\right]^2}}$$

1) Случай на силно смесване: R $\longrightarrow$ 0 (матричният елемент е безкрайно голям по отношение на първоначалната енергетична разлика):

$$E_{I,II} = \frac{1}{2}[(E_1 + E_2) \pm 2V] = E_0 \pm V \qquad \alpha = \beta = 1/\sqrt{2}$$

Крайната енергетична разлика м/у нивата не може да е по-малка от 2*V*

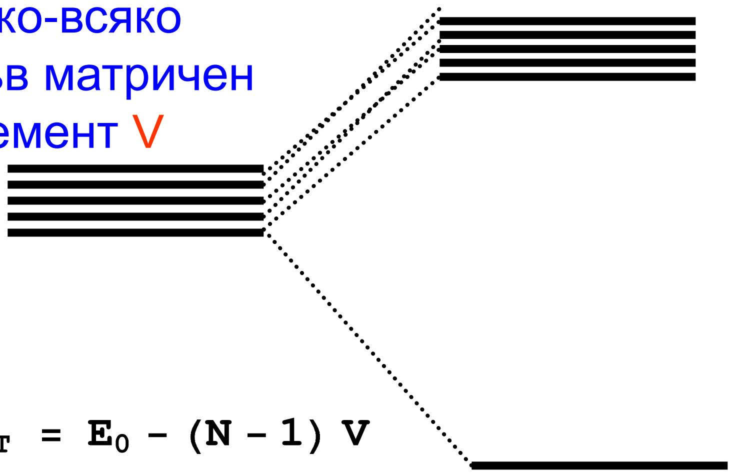
$$|E_{II} - E_I| \geq 2V$$

2) Случай на слабо смесване: R $\gg$ 1

$$\beta \approx \frac{1}{R} \qquad V \approx \beta\,\Delta E_u \approx \beta\,\Delta E_{final}$$

Смесване на много нива

N – нива
Изродени
Всяко-всяко
Еднакъв матричен
елемент V



$$E_{LOWEST} = E_0 - (N-1)\,V$$

$$\Psi_{LOWEST} = \frac{1}{\sqrt{N}}\phi_1 + \frac{1}{\sqrt{N}}\phi_2 + \frac{1}{\sqrt{N}}\phi_3 + \dots \frac{1}{\sqrt{N}}\phi_N$$

Мигновена итеративна процедура

1) Ниво 1 взаимодейства с 2:

$$\Psi_{LOWEST} = \frac{1}{\sqrt{2}}\phi_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\phi_2 \quad E_{LOWEST} = E_0 - V$$

2) Полученото взаимодейства с 3:

$$\Psi_{LOWEST} = \frac{1}{\sqrt{3}}\phi_1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\phi_2 + \frac{1}{\sqrt{3}}\phi_3$$

$$E_{LOWEST} = E_0 - 2\,V$$

3) Полученото взаимодейства с 4:

....

N) Най-ниското взаимодейства с N^то^то

Колективните състояния възникват в резултат на смесване на множество нива по въздействие на остатъчното взаимодействие! $\longrightarrow$ загуба на едночастичния характер, т.е. ядрото се държи като квантов флуид!