α разпад

Основни закономерности

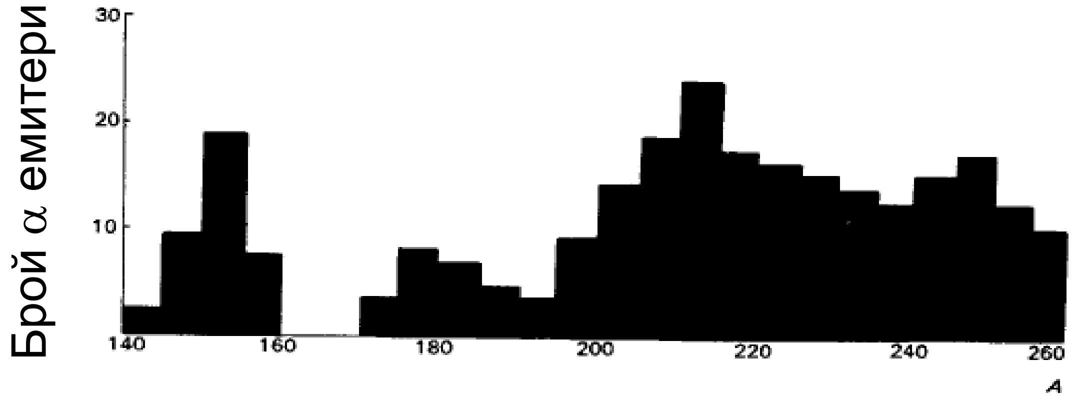
$$^{A}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y_{N-2} + \alpha$$

$\alpha \equiv {}^{4}_{2}He_{2}$ (1909 – Rutherford)

тежки ядра

Кулонов ефект

$$B(N,Z) = a_{vol}A - a_{surf}A^{2/3} - a_c Z(Z-1)A^{-1/3} - a_{sym}\frac{(A-2Z)^2}{A} + \delta$$



Най-леките α емитери

$^{105,106}Te$, ^{144}Nd

слоести ефекти

основно A > 170

Спонтанен процес – отделяне на енергия без външно въздействие!

α-разпада минимизира вътрешната енергията на дъщерната с-ма!

$E_i - E_f > 0$

Енергетично условие

в покой $\longrightarrow$ ${}^{A}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y_{N-2} + \alpha$

$$m_X c^2 = m_Y c^2 + T_Y + m_\alpha c^2 + T_\alpha \qquad (m_X - m_Y - m_\alpha)c^2 = T_Y + T_\alpha$$

$$Q = \sum_i M_i(A,Z) - \sum_f M_f(A,Z)$$

- енергията отделена при процеса

$$Q = T_Y + T_\alpha$$

$Q > 0$ екзотермични

$Q < 0$ ендотермични

$$Q = m_X - m_Y - m_\alpha > 0$$

Спонтанен разпад се наблюдава само за $Q > 0$

$$m_X - m_Y > m_\alpha$$

$$m = \Delta m + Ac^2$$

$$Q = \Delta m_X + Ac^2 - \Delta m_Y - (A-4)c^2 - \Delta m_\alpha - 4c^2 > 0$$

$$Q = \Delta m_X - \Delta m_Y - \Delta m_\alpha > 0$$

$$m(N,Z) = Nm_n + Zm_p - B(N,Z)/c^2$$

$$Q = B(2,2) + B(N-2,Z-2) - B(N,Z) \qquad B_\alpha(2,2) > B_X(N,Z) - B_Y(N-2,Z-2)$$

Защо ^{4}He?

Енергетично условие

$^{232}_{92}U_{140}$ (Δm = 34.61 MeV, B/A = 7.6 MeV) $\longrightarrow$ X (Δm, B/A) + x (Δm, B/A)

$^{231}_{91}Pa_{140}$ (33.43 MeV, 7.62 MeV)	+ $^{1}_{1}H_{0}$ (7.29 MeV, 0)		Q = −6.11 MeV
$^{231}_{92}U_{139}$ (33.81 MeV, 7.61 MeV)	+ $^{1}_{0}H_{1}$ (8.07 MeV, 0)		Q = −7.27 MeV
$^{230}_{91}Pa_{139}$ (32.17 MeV, 7.62 MeV)	+ $^{2}_{1}H_{1}$ (13.14 MeV, 1.11 MeV)		Q = −10.7 MeV
$^{229}_{90}Th_{139}$ (29.59 MeV, 7.63 MeV)	+ $^{3}_{2}He_{1}$ (14.93 MeV, 2.57 MeV)		Q = −9.91 MeV
$^{228}_{90}Th_{138}$ (26.77 MeV, 7.65 MeV)	+ $^{4}_{2}He_{2}$ $\boxed{(2.42\ \text{MeV},\ 7.07\ \text{MeV})}$		Q = + 5.42 MeV
$^{227}_{90}Th_{137}$ (25.81 MeV, 7.64 MeV)	+ $^{5}_{2}He_{3}$ (11.39 MeV, 5.48 MeV)		Q = −2.59 MeV
$^{225}_{89}Ac_{136}$ (21.64 MeV, 7.67 MeV)	+ $^{7}_{3}Li_{4}$ (14.91 MeV, 5.61 MeV)		Q = −1.94 MeV

$\lambda_{^{24}Ne} / \lambda_{\alpha} \sim 10^{-12}$

$^{224}_{88}Ra_{136}$ (18.83 MeV, 7.68 MeV)	+ $^{8}_{4}Be_{4}$ (4.94 MeV, 7.06 MeV)		Q = + 10.84 MeV
$^{220}_{86}Rn_{134}$ (10.61 MeV, 7.17 MeV)	+ $^{12}_{6}C_{6}$ (0 MeV, 7.68 MeV)		Q = + 24 MeV
$^{208}_{82}Pb_{126}$ $\boxed{(-21.75\ \text{MeV},\ 7.87\ \text{MeV})}$	+ $^{24}_{10}Ne_{14}$ (− 5.95 MeV, 7.99 MeV)		Q = +62.31 MeV

α - относително леки, силно свързани (+ голяма вероятност за разпад) $\Rightarrow$ излъчването на α води до отделяне на максимално количество кинетична енергия

Откатна енергия на дъщерното ядро

в покой $\longrightarrow {}^{A}_{Z}X_{N} \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y_{N-2} + \alpha$

$$Q = T_Y + T_\alpha$$

$$p_\alpha = p_Y \qquad T = \frac{p^2}{2m}$$

$$m_\alpha T_\alpha = m_Y T_Y$$

$$T_\alpha = \frac{Q}{\left(1 + \frac{m_\alpha}{M_Y}\right)} = \frac{Q}{\left(1 + \frac{4}{A_Y}\right)}$$

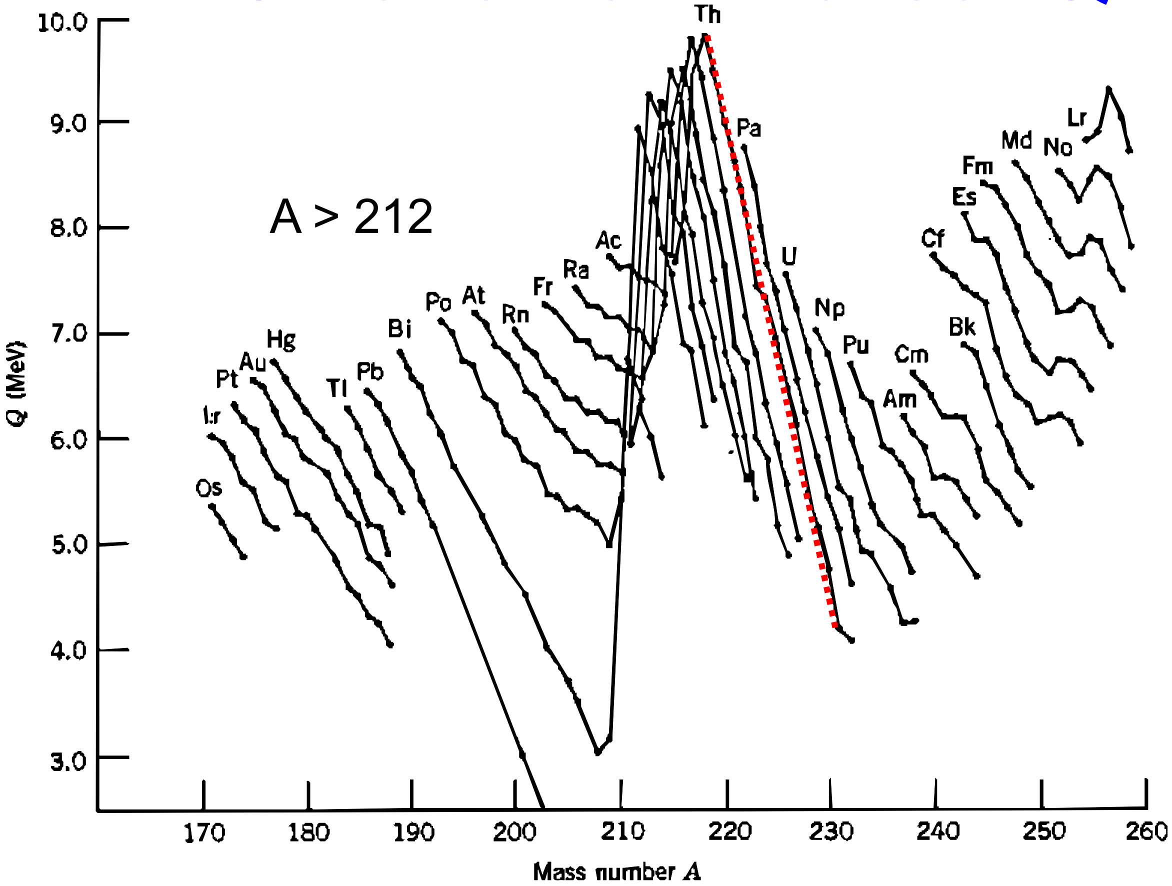
$$T_Y = \frac{Q}{\left(1 + \frac{M_Y}{m_\alpha}\right)}$$

98 %

2 %

Q ~ 5 MeV $\Rightarrow$ T_Y ~ 100 keV

Систематика за Q-факторите



A, Z » 1

$$-a_s(A-4)^{2/3}+a_sA^{2/3}=$$

$$-a_sA^{2/3}(1-\frac{4}{A})^{2/3}+a_sA^{2/3}=$$

$$-a_sA^{2/3}(1-\frac{2}{3}\frac{4}{A})+a_sA^{2/3}=$$

$$=+\frac{8}{3}a_sA^{-1/3}$$

$$Q=B(2,2)+B(N-2,Z-2)-B(N,Z)$$

$$\simeq 28.3-4a_V+\frac{8}{3}a_sA^{-1/3}+4a_cZA^{-1/3}(1-\frac{Z}{3A})-4a_{sym}(1-\frac{2Z}{A})^2+3a_pA^{-7/4}$$

Q (^{232}Th) = 5.71 MeV Q$_{exp}$ (^{232}Th) = 4.08 MeV

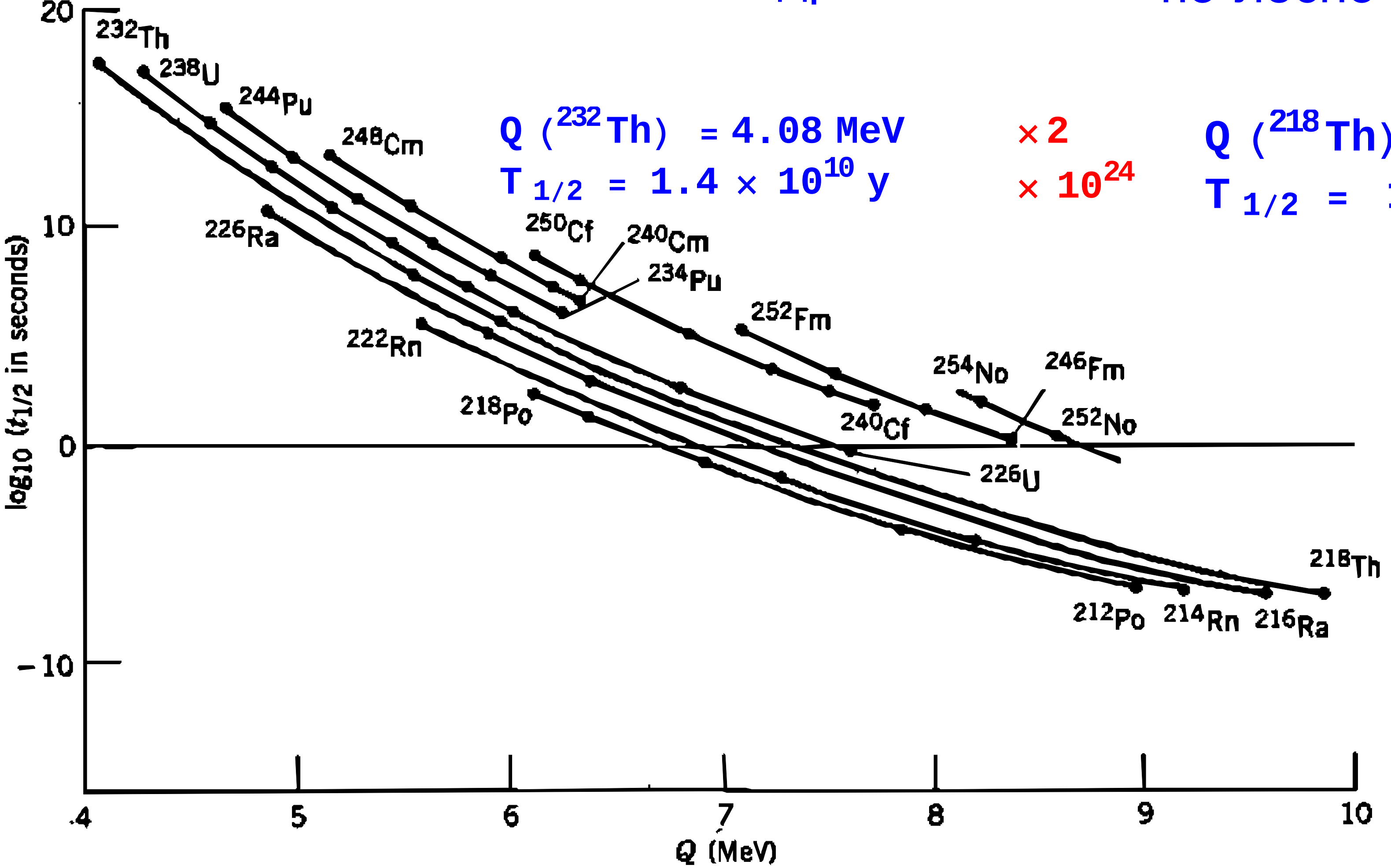
- Q > 0 и намалява с увеличаване на A (N, при фиксирано Z)

ΔQ (Th) = -0.17 MeV / n ΔQ$_{exp}$ (Th) = -0.40 MeV / n

Закон на Geiger-Nuttall

Големи Q фактори ⇒ кратки времена на живот!

Голям Q фактор ⇒ Голяма разлика в B(Z,N) матерното и дъщерното ядро ⇒ Матерното ядро е по-нестабилно, т.е. по-лесно се разпада

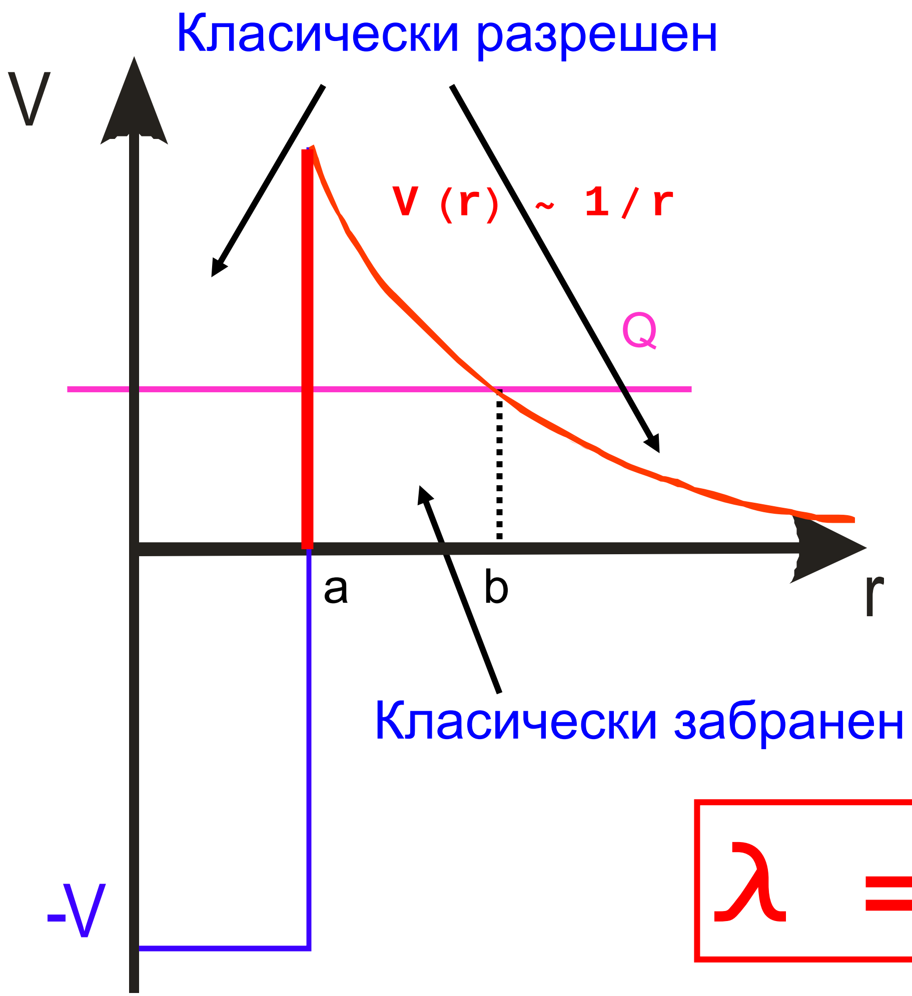


$Q\,(^{232}\mathrm{Th}) = 4.08$ MeV $\times 2$ $Q\,(^{218}\mathrm{Th}) = 9.85$ MeV

$T_{1/2} = 1.4 \times 10^{10}$ y $\times 10^{24}$ $T_{1/2} = 10^{-7}$ s

Квантово описание на α-разпада

Тунелиране през ядрено-кулонов бариер (Gamow&Gurney 1928)

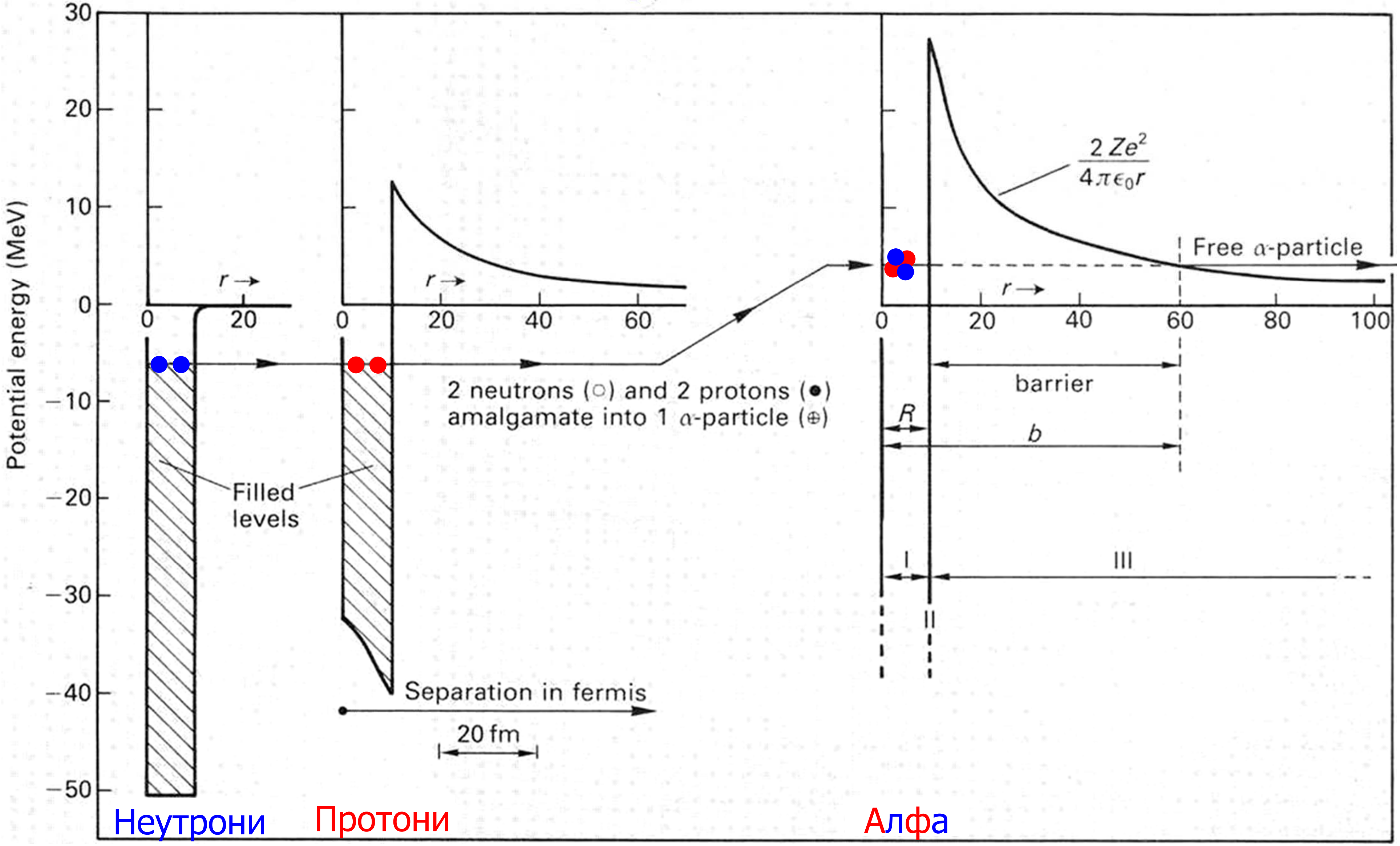


Приближения

- α частицата се формира в ядрото
- За $r < a$ само ядрен потенциал – сферично симетрична правоъгълна яма с широчина a
- енергията на α-частицата е равна на Q фактора на разпада

$$\boxed{\lambda = \nu T}$$

α-разпад



Potential energy (MeV)
30
20
10
0
−10
−20
−30
−40
−50
r →
0
20
40
60
80
100
2 neutrons (○) and 2 protons (●) amalgamate into 1 α-particle (⊕)
Filled levels
Separation in fermis
20 fm
$\frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$
Free α-particle
barrier
R
b
I
II
III
Неутрони
Протони
Алфа

Централен потенциал

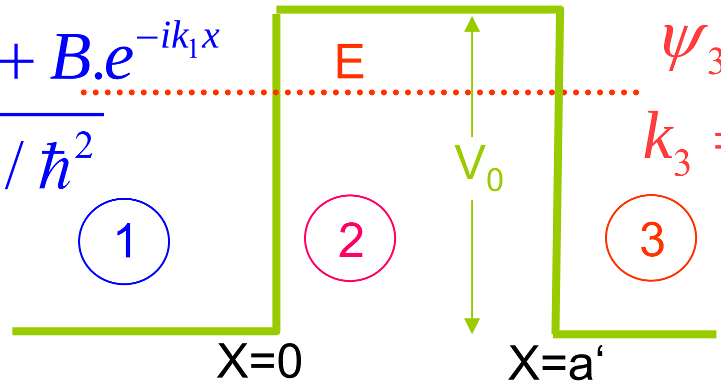
$$\psi(r,\theta,\varphi) = R(r)Y(\theta,\varphi)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{d^2R}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dR}{dr}\right)+\left[V(r)+\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}\right]R = ER$$

Приближение: ***l* = 0** $\Rightarrow$ едномерна задача за тунелиране

$$\psi_1(x) = A.e^{ik_1x} + B.e^{-ik_1x}$$

$$k_1 = \sqrt{2mE/\hbar^2}$$



$$\psi_3(x) = F.e^{ik_3x}$$

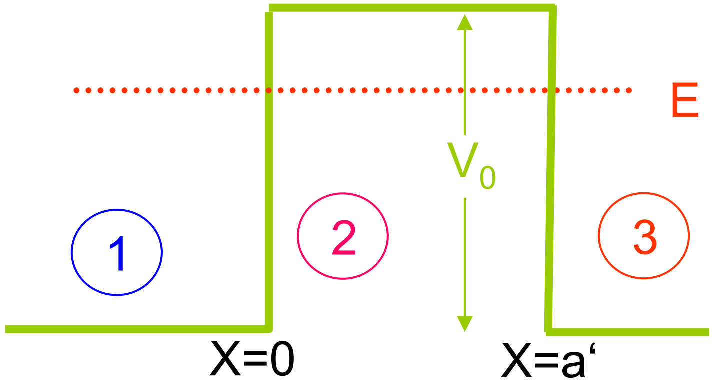
$$k_3 = \sqrt{2mE/\hbar^2}$$

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x<0 \\ V_0 & 0 \le x \le a' \\ 0 & x > a' \end{cases}$$

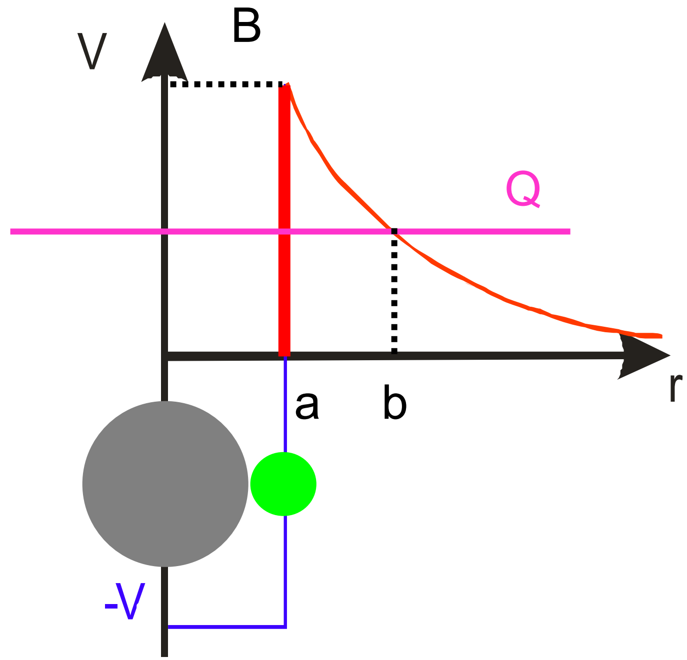
$$\psi_2(x) = C.e^{k_2x} + D.e^{-k_2x} \quad k_2 = \sqrt{2m(V_0-E)/\hbar^2}$$

$$\boxed{T = \frac{|F|^2}{|A|^2} = \frac{1}{1+\frac{1}{4}\frac{V_0^2}{E(V_0-E)}\sinh^2(k_2a)}}$$

Моделиране на бариера



$$T = \frac{|F|^2}{|A|^2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4}\frac{V_0^2}{E(V_0 - E)}\sinh^2(k_2 a')}$$



- енергия на α-частицата – E = Q (≈ 6 MeV)
- маса на α-частицата – m = 4
- начало на потенциала – $a = R_Y + R_\alpha = 1.2(200^{1/3} + 4^{1/3}) \approx 9 \;\text{fm}$
- височина на бариера:

$$B = V_c(r = a) = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{zZ}{a} = 1.44(\text{MeVfm})\frac{2\times 88}{9 \;\text{fm}} \approx 28 \;\text{MeV}$$

Приближение: $V_0 = \frac{1}{2}(B + Q)$

$$T \approx \frac{1}{1 + \sinh^2(k_2 a')}$$

• край на бариера: $\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{zZ'}{b} = Q \quad b = \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{zZ'}{Q} \approx 42\text{fm}$

$$\boxed{T \approx \frac{1}{1+\sinh^2(k_2 a')}}$$

Приближение: $\dfrac{b-a}{2} = \dfrac{42-9}{2}\ \text{fm} \approx 16\ \text{fm}$

• $k_2 = \sqrt{2m(V_0 - E)/\hbar^2} = \sqrt{2m(0.5(B+Q)-Q)/\hbar^2} = \sqrt{(m/\hbar^2)(B-Q)} =$

$$\approx \sqrt{((4.0026\times 931.5\ \text{MeV})/(197\ \text{MeVfm})^2)22\ \text{MeV}} = 1.45\ \text{fm}^{-1}$$

$$k_2 \times \frac{b-a}{2} >> 1 \quad \sinh\left(k_2\frac{b-a}{2}\right) \approx \frac{e^{k_2\frac{b-a}{2}}}{2}$$

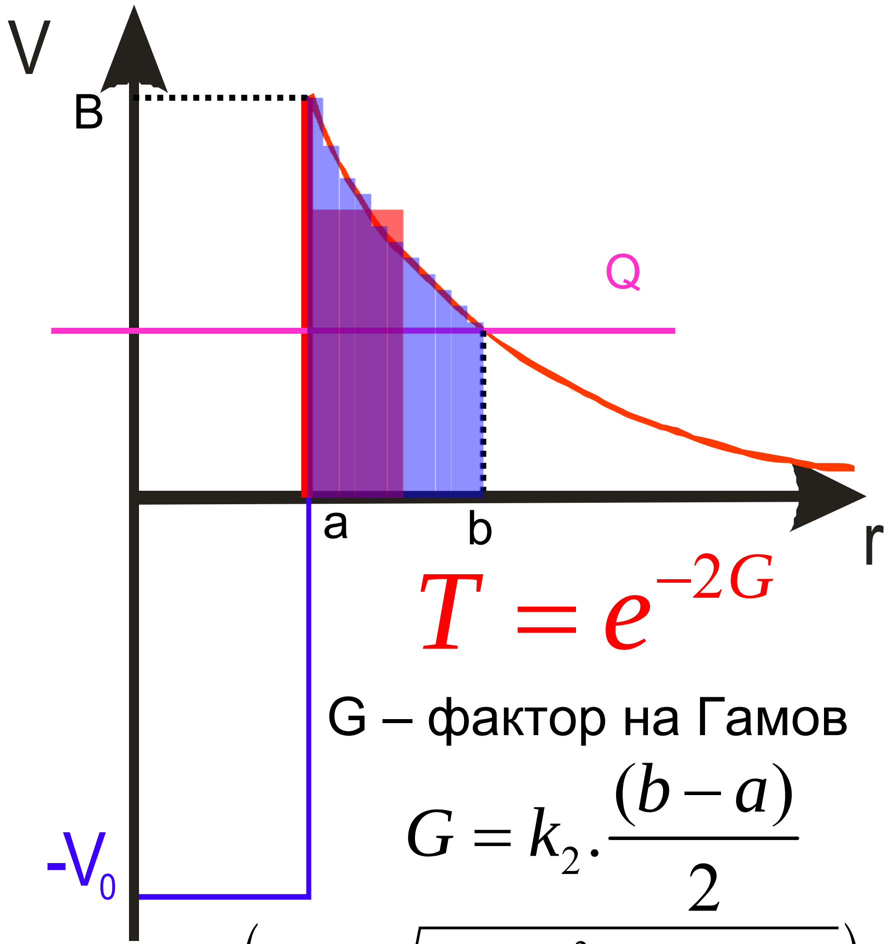
$$T \approx \frac{1}{1+\dfrac{e^{2k_2.(b-a)/2}}{4}} \approx e^{-2k_2.\frac{(b-a)}{2}}$$

T $(\boxed{Q = 6\ \text{MeV}})$ = 1.7×10^{-21}

T $(\boxed{Q = 5\ \text{MeV}})$ = 7×10^{-28}

$$Q = 5\ \text{MeV} \qquad b = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{zZ'}{Q} \approx 51\ \text{fm} \qquad k_2 = \sqrt{(m/\hbar^2)(B-Q)} = 1.49\ \text{fm}^{-1}$$

Какво направихме дотук?



- приехме, че α-частицата се формира вътре в матерното ядрото и се движи независимо в полето на дъщерното ядро, т.е.

  дъщерно + α

- приехме, че цялата освободена енергия се отнася от α-частицата
- моделирахме Кулоновия потенциал като стъпков със височина (B+Q)/2 и широчина (b-a)/2

$$T = e^{-2G}$$

G – фактор на Гамов

$$G = k_2 . \frac{(b-a)}{2}$$

$$T_i = \exp\left(-2\Delta r_i \sqrt{(2m/\hbar^2)(V(r)-Q)}\right)$$

$$G = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}} \int_a^b \sqrt{V(r) - Q dr}$$

$$T = T_1 \times T_2 \times \ldots \times T_n$$

$$T = \exp\left(-2\sum_i \Delta r_i \sqrt{(2m/\hbar^2)(V(r)-Q)}\right)$$

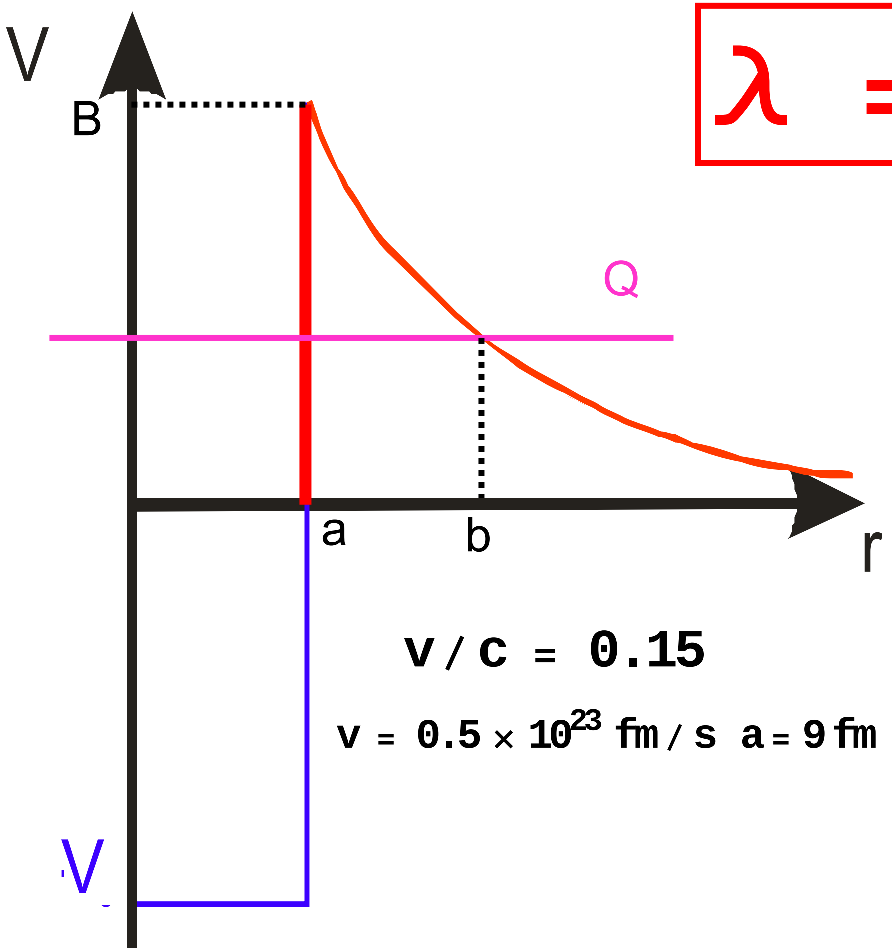
$$G = \sqrt{\frac{2m}{Q\hbar^2}} \frac{zZ'e^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\arccos(\sqrt{x}) - \sqrt{x(1-x)}\right)$$

$$x = a/b = Q/B << 1$$

$$G = \sqrt{\frac{2m}{Q\hbar^2}} \frac{zZ'e^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\pi}{2} - 2\sqrt{x}\right)$$

Вероятност за преход

$$\boxed{\lambda = \nu T}$$



$$Q - V = \frac{mv^2}{2}$$

$V = -35$ MeV, Q = 5 MeV

$$80 \text{ MeV} = 3728 \text{ MeV} \left(\frac{v}{c}\right)^2$$

$v/c = 0.15$

$v = 0.5 \times 10^{23}$ fm/s a = 9 fm

$$\nu = \frac{0.5 \times 10^{23} \text{ fm/s}}{9 \text{ fm}} \approx 6 \times 10^{21} \text{ s}^{-1}$$

$T(Q = 5 \text{ MeV}) = 7 \times 10^{-28}$ $\lambda(Q = 5 \text{ MeV}) = 4.7 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$

$t_{1/2} = 0.693/\lambda = 1.7 \times 10^{6}$ s

$T(Q = 6 \text{ MeV}) = 1.7 \times 10^{-21}$ $\lambda(Q = 6 \text{ MeV}) = 10 \text{ s}^{-1}$

$t_{1/2} = 0.693/\lambda = 70$ ms

Резултати

$$t_{1/2} = 0.693\,\frac{a}{c}\sqrt{\frac{mc^2}{2\,(V_0 + Q)}}\;\mathrm{Exp}\left\{2\sqrt{\frac{2\,mc^2}{(\hbar c)^2 Q}}\;\frac{zZ'\,e^2}{4\,\pi\epsilon_0}\left(\frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{Q}{B}}\right)\right\}$$

^{220}Th	Q=8.95 MeV	$t_{1/2}^{exp}$= 10^{-5}s	$\boxed{t_{1/2}^{th}=3.3\ 10^{-7}\ s}$
^{222}Th	Q=8.13 MeV	$t_{1/2}^{exp}$= 2.8 10^{-3}s	$t_{1/2}^{th}$=6.3 10^{-5} s
^{224}Th	Q=7.31 MeV	$t_{1/2}^{exp}$= 1.04 s	$t_{1/2}^{th}$=3.3 10^{-2} s
^{226}Th	Q=6.45 MeV	$t_{1/2}^{exp}$= 1845 s	$t_{1/2}^{th}$=6.0 10^{1} s
^{228}Th	Q=5.52 MeV	$t_{1/2}^{exp}$= 6 10^{7} s	$t_{1/2}^{th}$=2.4 10^{6} s
^{230}Th	Q=4.77 MeV	$t_{1/2}^{exp}$= 2.5 10^{12} s	$t_{1/2}^{th}$=1.0 10^{11} s
^{232}Th	Q=4.08 MeV	$t_{1/2}^{exp}$= 4.4 10^{17} s	$t_{1/2}^{th}$=2.6 10^{16} s

Защо:
- не отчетохме вероятността за формиране на α-частица
- не отчетохме възможността за различни състояния в началната и крайната с-ма
- не отчетохме влиянието на ъгловия момент
- приехме, че ядрото е сферично 4-5% промяна $\Rightarrow$ фактор 5

Но: ^{220}Th $\rightarrow$ ^{12}C + ^{208}Pb (Q=32.1 MeV) $\Rightarrow$ $t_{1/2}$ = 2.3 10^{6} s

Четност и спин при α-разпад

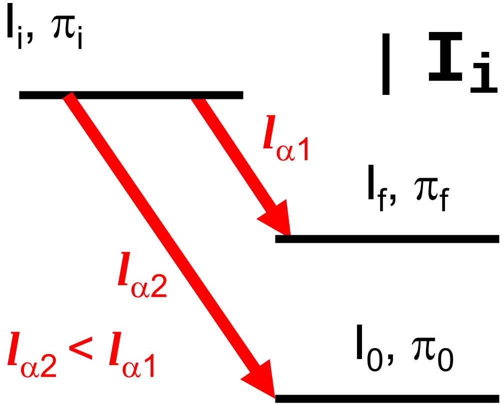
Разпада може да води до множество нива в дъщерното ядро

E_x, I^π $\quad Q = T_\alpha - E_x$

- спин-четност на основното състояние на ^4He:

2 протона в $1s_{1/2} \Rightarrow j^\pi = 0^+$ $\quad I^\pi = 0^+$ $\quad$ 2 неутрона в $1s_{1/2} \Rightarrow j^\pi = 0^+$

- изменение на спина и четността при разпада:

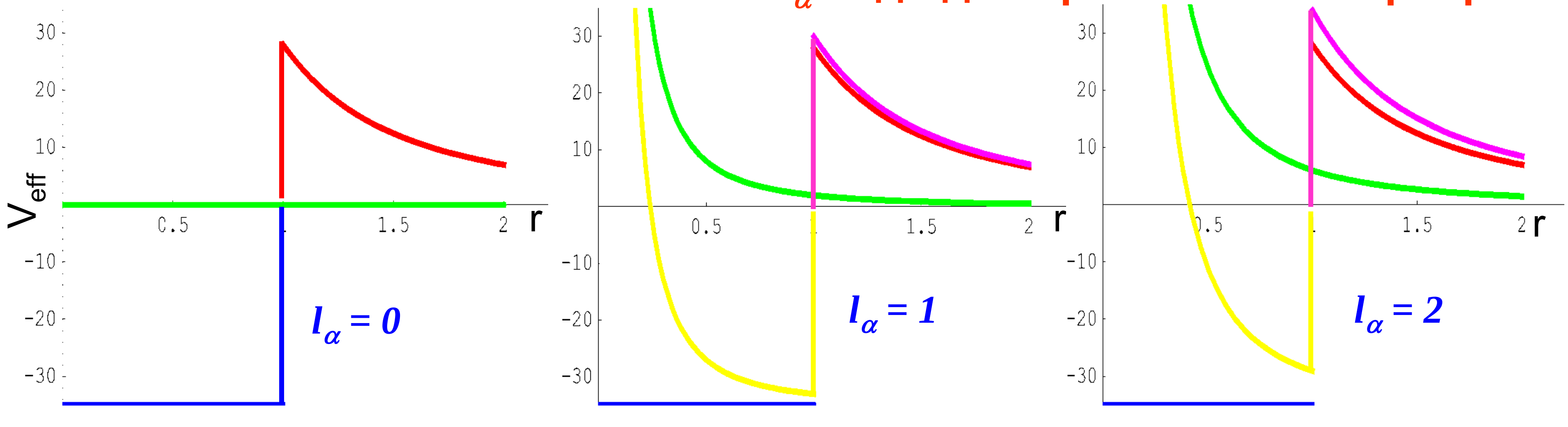


$$|I_i - I_f| \leqslant \Delta I \leqslant I_i + I_f \qquad \Delta I \equiv l_\alpha$$

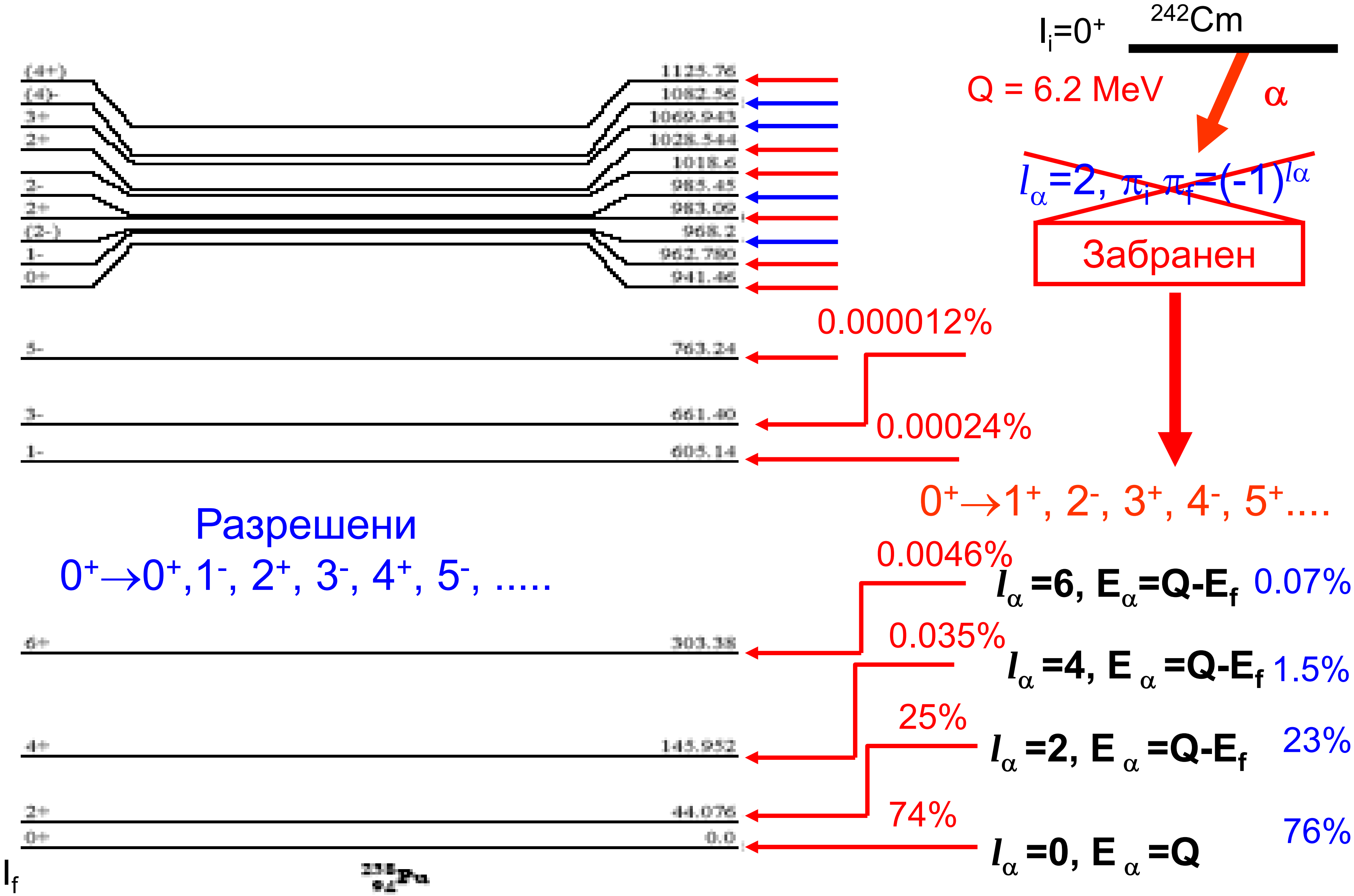
$$\pi_f \cdot \pi_i = \pi_\alpha = (-1)^{l_\alpha}$$ ← правила на отбор

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{d^2R}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dR}{dr}\right) + \left[V(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}\right]R = ER$$

Увеличаването на l_α води до нарастване на бариера!



Приложение на правилата на отбор



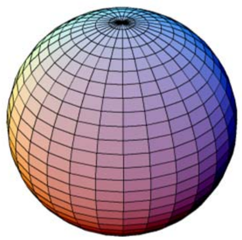
Приложение на правилата на отбор

$I_i = 7/2^+$ ^{253}Es

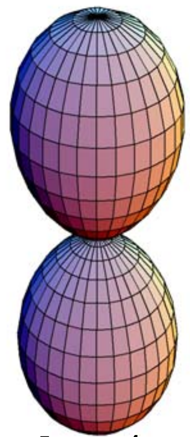
α

15/2⁺

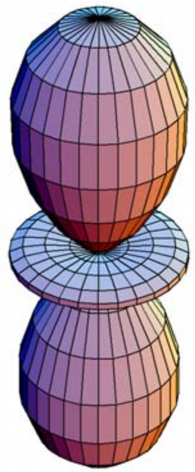
Ъглово разпределение на α-частиците



$l_\alpha = 0$



$l_\alpha = 1$



$l_\alpha = 2$

13/2⁺

11/2⁺ 2 0.88% 4 0.27% 6 0.003% 8

9/2⁺ 2 5.9% 4 0.33% 6 0.001% 8

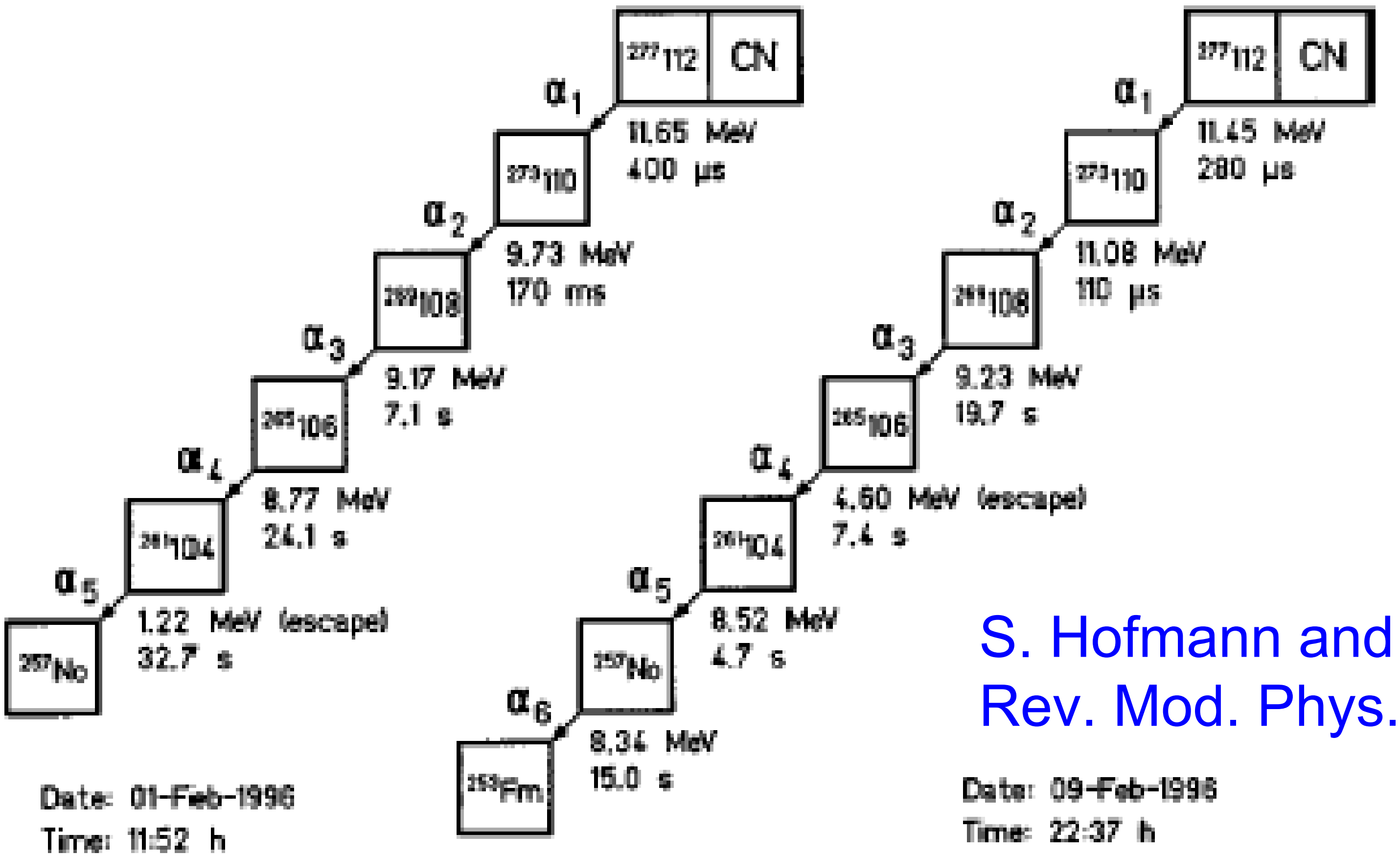
7/2⁺ 0 79.6% 2 10% 4 0.13% 6 0.0002%

^{249}Bk

l_α I_α

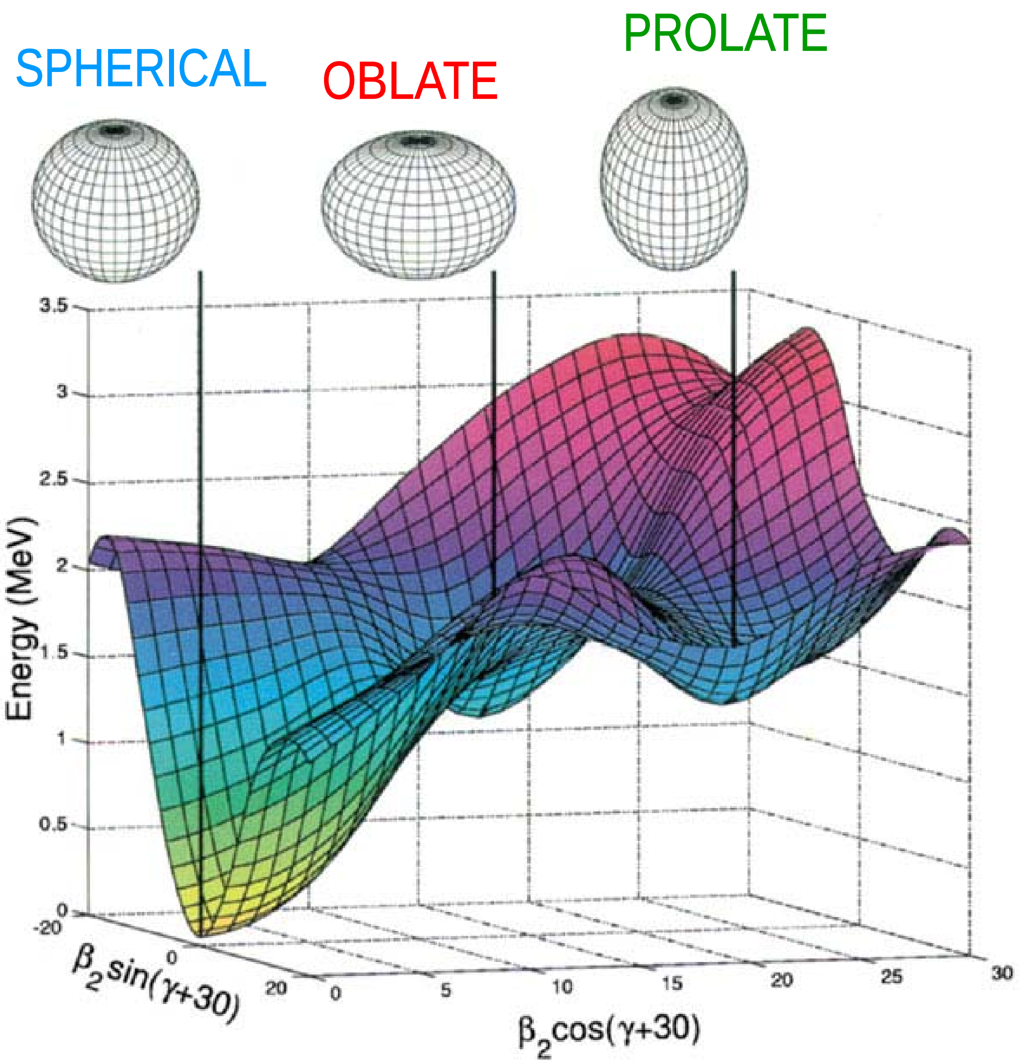
Идентификация на свръх-тежки елементи

$$^{70}Zn + {}^{208}Pb \rightarrow {}^{277}112 + 1n$$



S. Hofmann and G. Münzenberg
Rev. Mod. Phys. 72, 733 (2000)

α-разпада и ядрената структура



A. Andreyev et al. Nature 405 (2000) 430