

Радиоактивно разпадане

Закон за радиоактивното разпадане. Квантова теория на радиоактивното разпадане. Свързани разпади. Естествена радиоактивност. Приложения. Методи за измерване на къси времена на живот.

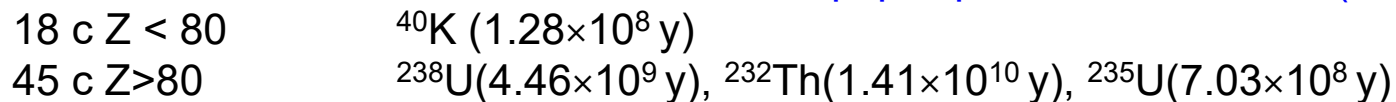
Радиоактивност

- α разпад - $A_Z X_N \rightarrow A_{Z-2}^{A-4} Y_{N-2} + {}^4_2\text{He}_2 : E_\alpha \approx 5 \text{ MeV},$
- β разпад - $A_Z X_N \rightarrow A_{Z+1} Y_{N-1} + e^- + \bar{\nu}_e$ β - минус
 $A_Z X_N \rightarrow A_{Z-1} Y_{N+1} + e^+ + \nu_e$ β - плюс
 $A_Z X_N + e^- \rightarrow A_{Z-1} Y_{N+1} + \nu_e$ $E\beta \quad E_\beta \leq 1 \text{ MeV}$
- γ разпад - електромагнитно лъчение $E_\gamma \approx 0.05 \div 20 \text{ MeV}$
- спонтанно делене - $A X \rightarrow A^1 Y + A^2 Z + N n, A > 230$
- редки разпади - с излъчване на един или два протона (${}^{113}\text{Cs} \rightarrow {}^{112}\text{Xe} + p$),
неутрон (${}^{13}\text{Be} \rightarrow {}^{12}\text{Be} + n$), ядрени клъстери ${}^8\text{Be}, {}^{12}\text{C}, {}^{16}\text{O}$ (${}^{114}\text{Ba} \rightarrow {}^{102}\text{Sn} + {}^{12}\text{C}$);

Произход

Естествена радиоактивност:

1) Радиоактивни изотопи, оцелели от момента на формиране на планетата ($4.6 \times 10^9 \text{ y}$):



2) Радиоактивни изотопи, които се произвеждат непрекъснато: ${}^{14}\text{N} + n \rightarrow {}^{14}\text{C} + p$

Изкуствена радиоактивност:



Статистически модели

Процеси с два възможни изхода

Опит	Дефиниция на успех	Вероятност за успех при едно хвърляне
Хвърляне на монета	Лице	1/2
Хвърляне на зар	6 точки	1/6
Наблюдаване на дадено радиоактивно ядро за време t	Ядрото се разпада по време на наблюдението	$1 - e^{-\lambda t}$

1. **Биномно разпределение:** най-универсалният модел за всички процеси с константна вероятност за единичен опит p. Труден е за пресмятане.

$$P(x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x (1-p)^{n-x} \quad \mu = np \quad \sigma^2 = \mu(1-p)$$

2. **Поасоново разпределение:** опростяване на биномното разпределение при предположение, че вероятността за успех при един опит p е константна, $n \rightarrow \infty$ като np остава константа.

$$P(x) = \frac{(pn)^x e^{-pn}}{x!} = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} \quad \mu = np \quad \sigma^2 = \mu$$

Статистически модели

Процеси с два възможни изхода

1. **Биномно разпределение:** най-универсалният модел за всички процеси с константна вероятност при единичен опит p . Труден е за пресмятане.

$$P(x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x (1-p)^{n-x} \quad \mu = np \quad \sigma^2 = \mu(1-p)$$

2. **Поасоново разпределение:** опростяване на биномното разпределение при предположение, че вероятността за успех при един опит p е константна, $n \rightarrow \infty$ като np остава константа.

$$P(x) = \frac{(pn)^x e^{-pn}}{x!} = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} \quad \mu = np \quad \sigma^2 = \mu$$

3. **Нормално разпределение:** получава се от поасоновото когато средния брой на успешните изходи е голям. (Практически, когато е по-голям от 30)

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mu}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\mu}\right) \quad P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Закон за радиоактивното разпадане

Ядрата се разпадат по **статистически закон** – може да се предсказва поведението на ансамбъл от ядра, но е невъзможно да се каже точно кога дадено ядро ще се разпадне!

1. Отделното радиоактивно ядро **няма “памет”** за миналото си (вероятността за разпад не зависи от възрастта);
2. Времената за разпадане на **кои да е две ядра** от даден изотоп имат **еднакви вероятностни разпределения**;

Разглеждаме дадено (**ЕДНО**) радиоактивно ядро в момента $t=0$ и търсим каква е вероятността $P(t)$ ядрото да не се е разпаднало до момента $t>0$. Очевидно е че **$P(0)=1$** и че $P(t)$ е намаляваща функция.

$$P(A \cap B) = P(A | B)P(B) \quad P(A|B) - \text{условна вероятност да се случи събитието } A \text{ при положение, че се е случило } B$$

Нека τ е някакво произволно време но
такова, че $\tau > t$. Нека $A=P(\tau)$ и $B=P(t)$ $\Rightarrow P(\tau) = P(\tau \cap t) = P(\tau | t)P(t)$

От (1) $\Rightarrow P(\tau | t) = P(\tau - t) \quad P(\tau) = P(\tau - t)P(t)$ за всички $\tau > t > 0$

$$P(\tau) - P(t) = P(t)[P(\tau - t) - 1] \quad \frac{P(\tau) - P(t)}{\tau - t} = \frac{P(t)[P(\tau - t) - P(0)]}{(\tau - t) - 0}$$

Когато $\tau \rightarrow t \quad (\tau - t \rightarrow 0)$ $\frac{dP(t)}{dt} = P(t) \frac{dP(t)}{dt} \Big|_{t=0}$

Закон за радиоактивното разпадане

За едно ядро $\frac{dP(t)}{dt} = P(t) \frac{dP(t)}{dt} \Big|_{t=0} \rightarrow$ константа λ , която зависи единствено и само от изотопа, който разглеждаме

Плътност на вероятността

$$\frac{dP(t)}{dt} = -\lambda P(t) \Rightarrow P(t) = e^{-\lambda t} \quad P(t) = e^{-\lambda t} = \int_t^{\infty} f(\tau) d\tau \Rightarrow f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Ансамбъл от N_0 ядра в момента $t=0$

От (2) $\Rightarrow$ вероятността за разпад на кои да две ядра в момента t е еднаква $\Rightarrow$ Разпада на ансамбъл от N_0 ядра може да се моделира като статистически експеримент от N_0 опита всеки с два възможни изхода неуспех (разпад до време t) и успех (оцеляване до време t)

$$b(x; n, p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$x = 0, 1, \dots, n$$

$$b(x; N_0, P(t)) = \binom{N_0}{x} [P(t)]^x [(1-P(t))]^{N_0-x}$$

$$x = 1, 2, \dots, N_0$$

Точен закон за оставащите ядра

$$b(N; N_0, P(t)) = \binom{N_0}{N} [e^{-\lambda t}]^N [(1 - e^{-\lambda t})]^{N_0-N}$$

За голям брой начални ядра N_0 средния брой неразпаднали се ядра се дава от математическото очакване на биномното разпределение:

$$\mu = np \Rightarrow N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Закон за радиоактивното разпадане

Основни величини

- константа на разпад λ - параметър на вероятностното разпределение, описващо радиоактивния разпад. Зависи **единствено и само** от **квантовите характеристики** на изотопите (състоянията) участващи в радиоактивния разпад. В случай на **голям** **начален брой ядра** N_0 λ има смисъл на **вероятност за разпад за единица време на ядро**:

$$\lambda = -\frac{dN / dt}{N}$$

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

- време на живот τ - средното време което едно ядро оцелява преди да се разпадне:

$$P(t) = e^{-\lambda t}$$

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

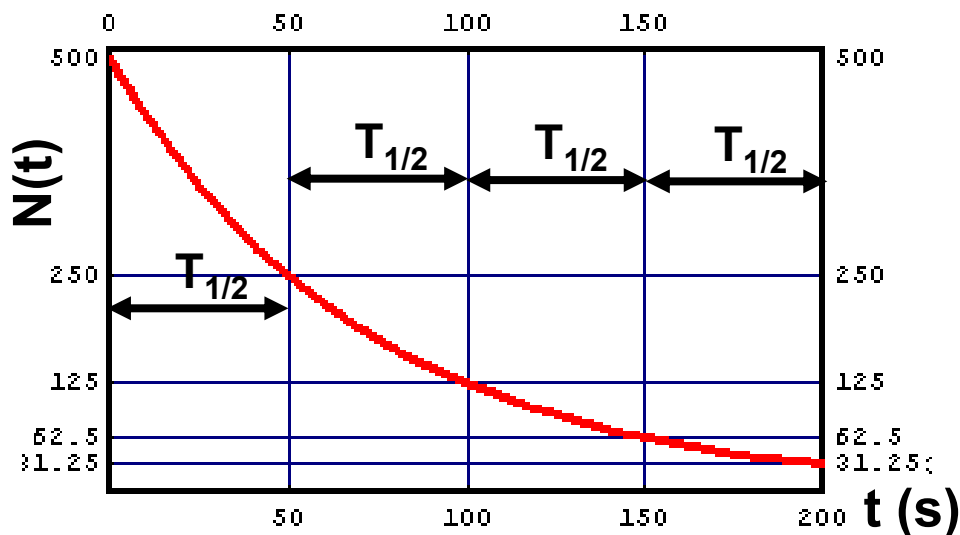
$$\tau = \int_0^{\infty} t \lambda e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

- период на полуразпад - **времето** което средния брой ядра намалява на половина:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\frac{N(T_{1/2})}{N_0} = \frac{1}{2} = e^{-\lambda T_{1/2}}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$



АКТИВНОСТ

$$(0, N_0)$$

$$(t, N(t))$$

$$(t + \Delta t, N(t + \Delta t))$$

$$\Delta N = N(t) - N(t + \Delta t) = N_0(e^{-\lambda t} - e^{-\lambda(t+\Delta t)}) = N_0 e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda \Delta t})$$

$$\Delta t \ll \lambda^{-1} (\Delta t \ll T_{1/2})$$

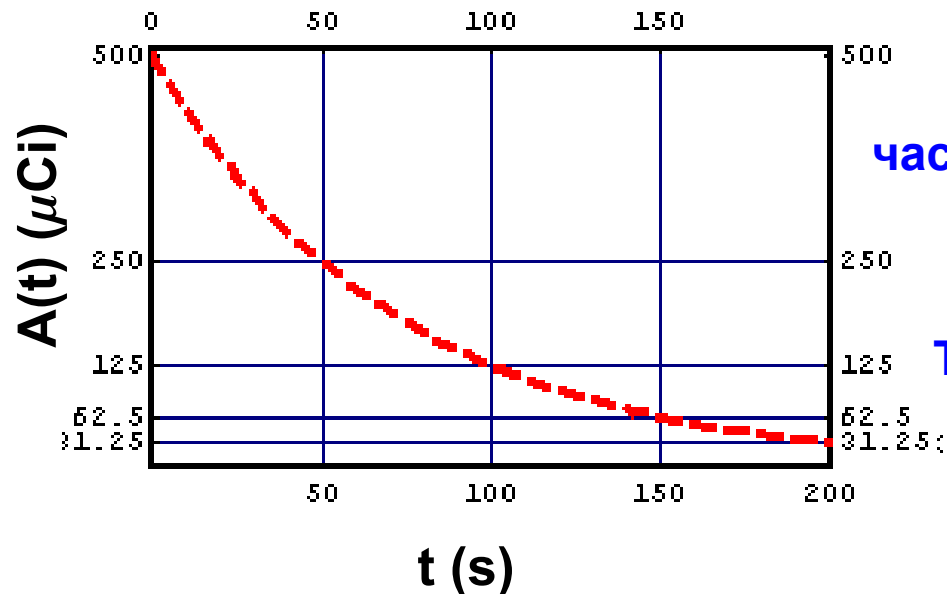
$$e^{-\lambda \Delta t} \approx 1 - \lambda \Delta t$$

$$\Delta N = N_0 e^{-\lambda t} (\lambda \Delta t)$$

$$\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

$$A(t) \equiv \lambda N(t) = A_0 e^{-\lambda t}$$

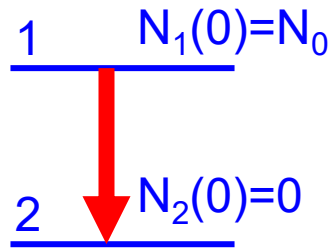
$$A[\text{разпад} / \text{s}] \quad 1\text{Bq} = [1/\text{s}] \quad 1\text{Ci} = 3.7 \times 10^{10} [\text{s}^{-1}]$$



части от секундата $< T_{1/2} <$ няколко години

$T_{1/2} >$ няколко години $\lambda = -\frac{(dN / dt)}{N}$

Парциални величини



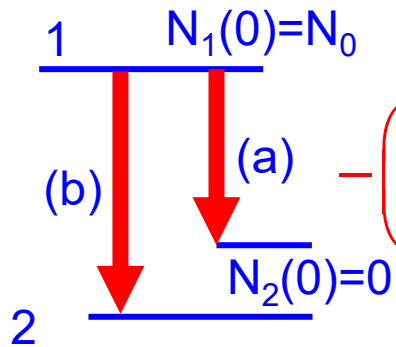
$$N_1 = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$N_1 + N_2 = N_0$$

$$N_2 = N_0 (1 - e^{-\lambda t})$$

$$\lambda_a = \frac{-(dN / dt)_a}{N}$$

$$\lambda_b = \frac{-(dN / dt)_b}{N}$$



$$-\left(\frac{dN}{dt}\right) = -\left(\frac{dN}{dt}\right)_a - \left(\frac{dN}{dt}\right)_b = N(\lambda_a + \lambda_b) = N\lambda_t \quad \lambda_t = \lambda_a + \lambda_b$$

$$N_1 = N_0 e^{-\lambda_t t}$$

$$N_{2,a} = \frac{\lambda_a}{\lambda_t} N_0 (1 - e^{-\lambda_t t})$$

$$N_{2,b} = \frac{\lambda_b}{\lambda_t} N_0 (1 - e^{-\lambda_t t})$$

$$A_a(t) = \lambda_a N(t) = \lambda_a N_0 e^{-\lambda_t t} = \frac{\lambda_a}{\lambda_t} A_0 e^{-\lambda_t t}$$

$$A_b(t) = \frac{\lambda_b}{\lambda_t} A_0 e^{-\lambda_t t}$$

$$\frac{A_a}{A_b} = \frac{\lambda_a}{\lambda_b} \sim \frac{I_a}{I_b}$$

Естествена широчина на нивата

Задачата за радиоактивен разпад се третира **пертурбативно** – разпада се дължи на **малка добавка** в потенциала ($V+V'$), където V определя стационарните решения.

$$(\hat{T} + \hat{V})\psi_{a,b} = E_{a,b}\psi_{a,b}$$

$$\psi_a \xrightarrow{V'} \psi_b$$

Златно правило на Ферми:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V'_{fi}|^2 \rho(E_f)$$

$$V'_{fi} = \int \psi_f^* V' \psi_i d\nu = \langle \psi_f | V' | \psi_i \rangle$$

$$\rho(E_f) = \frac{dn}{dE_f} = \left(\frac{dn}{dE_f} \right)_{nuc} + \left(\frac{dn}{dE_f} \right)_{rad}$$

$$\psi_a(\vec{r}, t) = \psi_a(\vec{r}) e^{-iE_a t/\hbar}$$

$$|\psi_a(t)|^2 = |\psi_a(t=0)|^2 e^{-t/\tau}$$

$$\psi_a(\vec{r}, t) = \psi_a(\vec{r}) e^{-iE_a t/\hbar} e^{-t/2\tau}$$



не е собствена функция, т.е. няма определена енергия

$$\begin{aligned} \psi_a(t) &= \int_0^\infty A(E) e^{-iEt/\hbar} dE \\ A(E) &= \int_0^\infty \psi_a(t) e^{iEt/\hbar} dt = \int_0^\infty e^{-iE_a t} e^{-t/2\tau} e^{iEt/\hbar} dt = \int_0^\infty e^{[-i(E_a - E) - \Gamma_a/2]t/\hbar} dt = \\ &= \left(\frac{\hbar e^{[-i(E_a - E) - \Gamma_a/2]t/\tau}}{-i(E_a - E) - \Gamma_a/2} \right)_0^\infty = \frac{\hbar}{-i(E_a - E) - \Gamma_a/2} \end{aligned}$$

$\Gamma_a = \hbar / \tau_a$

Естествена широчина на нивата

$$P(E)dE = |A(E)|^2 dE$$

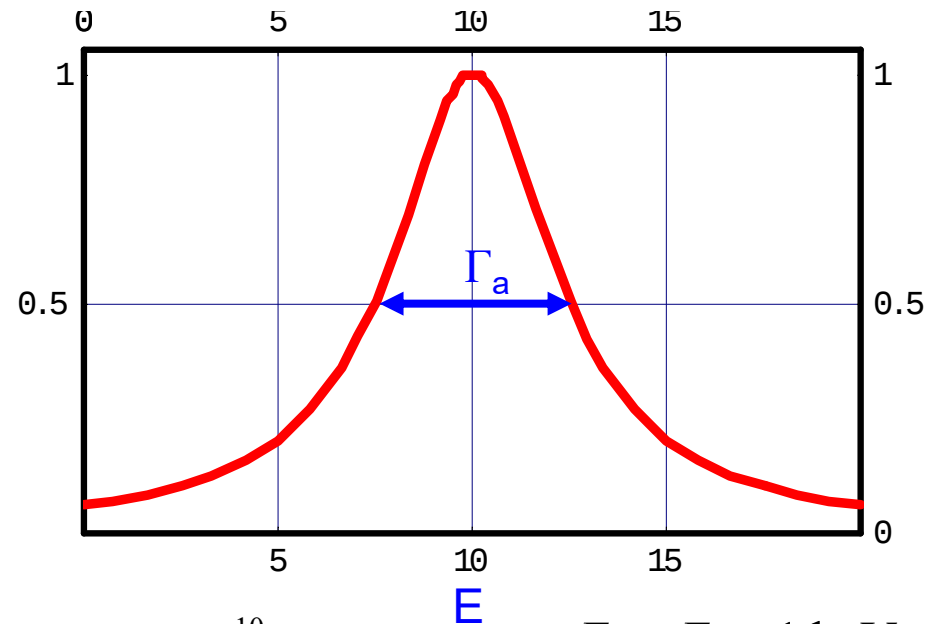
$$= \frac{\hbar^2 dE}{(E - E_a)^2 + \Gamma_a^2 / 4}$$

$$\Gamma_a = \hbar / \tau_a$$

естествена широчина на нивото ψ_a

$$\Delta E \Delta \tau \geq \hbar / 2$$

$P(E)$

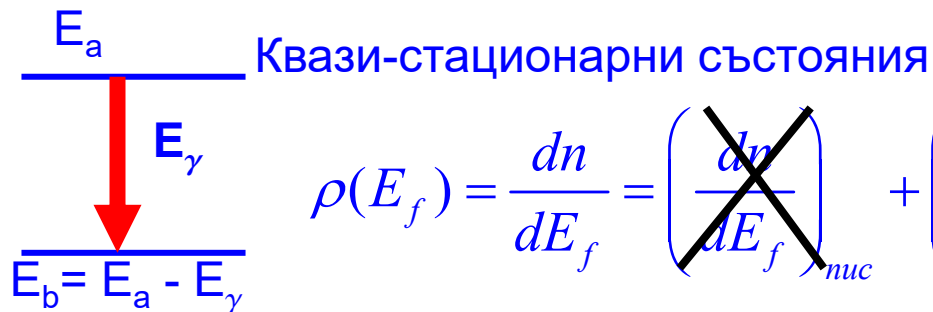


$$\tau \sim 1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$$

$$\hbar = 6.58 \times 10^{-22} \text{ MeV s}$$

$$\Gamma \sim 10^{-10} \text{ MeV}$$

$$E_a - E_b \geq 1 \text{ keV}$$



$$\rho(E_f) = \frac{dn}{dE_f} = \left(\frac{dn}{dE_f} \right)_{nuc} + \left(\frac{dn}{dE_f} \right)_{rad}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V'_{fi}|^2 \rho(E_f)$$

1) λ трябва да не зависи от времето $\rightarrow V'$ трябва да не зависи от времето

$$\psi_a \rightarrow \psi_a + \frac{V'_{ab}}{E_b - E_a} \psi_b$$

2) λ трябва да е малка

Добив

^{120}Xe



$$Y [r / s] = n_t \cdot n_b \cdot \sigma$$

$$\sigma(E = 50\text{MeV}) = 300 \text{ mb} = 0.3 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$$

$$i[A] = n_b[p / s] \cdot e \cdot q \qquad i / q = n_b \cdot e \equiv I_b[pA]$$

$$n_b[p / s] = \frac{I_b[pA]}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}$$

$$10^{10} \text{ pps} \rightarrow 1 \text{ pA}$$

$$n_t[\text{atoms} / \text{cm}^2] = \frac{N_A[\text{atoms/mol}] \cdot d[\text{g/cm}^2]}{A[\text{g/mol}]}$$

$$D[\text{cm}] = \frac{d[\text{g/cm}^2]}{\rho[\text{g/cm}^3]}$$

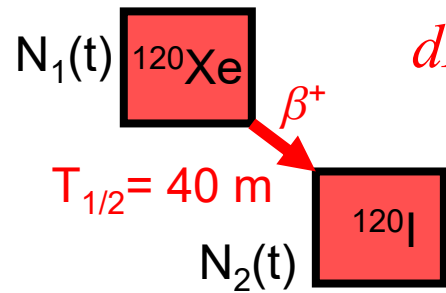
$$\rho(\text{Cd}) = 8.65 / \text{cm}^3$$

$$1[\text{mg/cm}^2] \rightarrow 1.1 \mu\text{m}$$

$$Y[\text{s}^{-1}] = \frac{I_b[\text{pA}] \cdot 10^{-9}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} \times \frac{6.022 \times 10^{23} \times d[\text{mg/cm}^2] \times 10^{-3}}{A} \times \sigma[\text{b}] \times 10^{-24}$$

$$= 3.75 \times \frac{I_b[\text{pA}] \times d[\text{mg/cm}^2] \times \sigma[\text{b}]}{A} \times 10^6 \text{ [r/s]}$$

Разпад



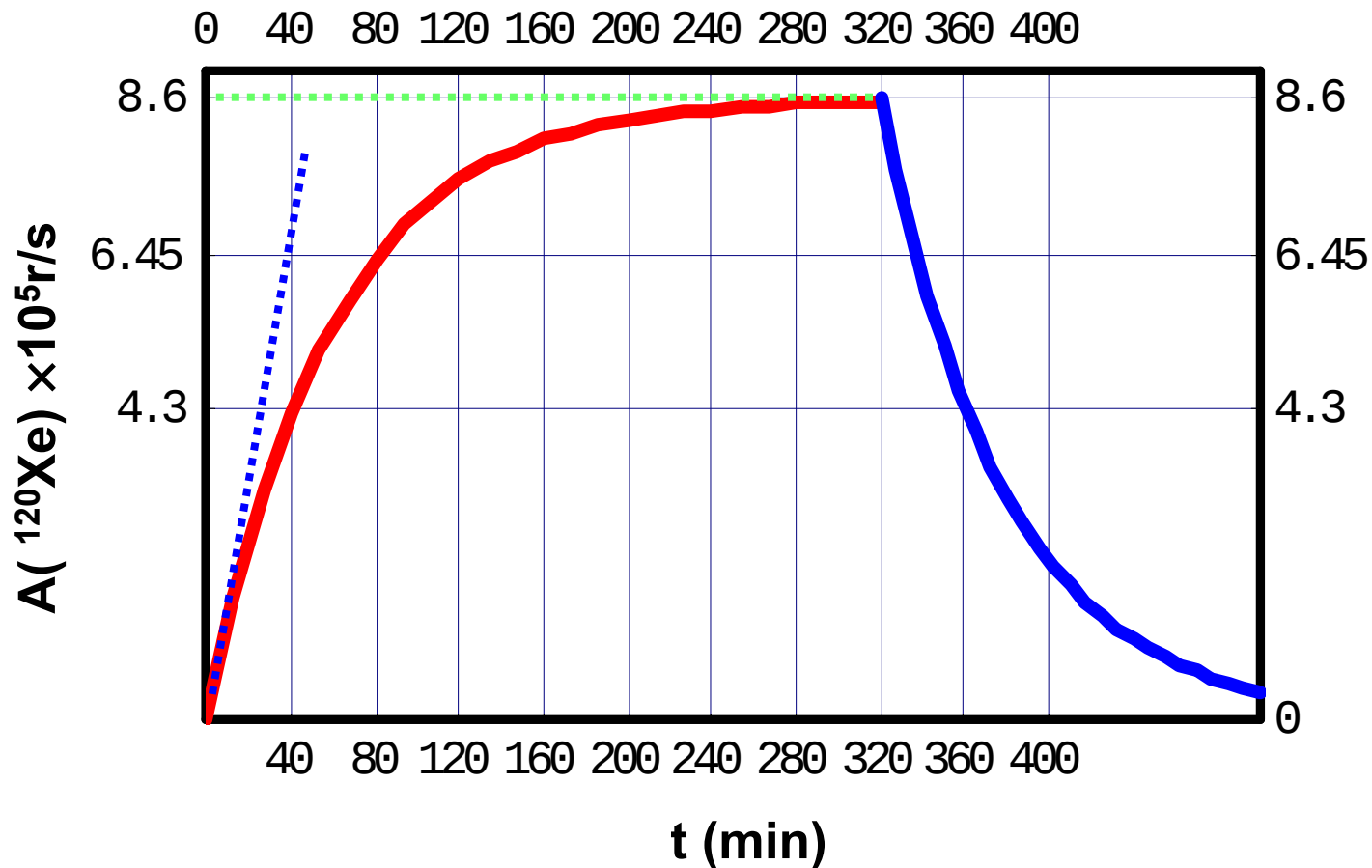
$$dN_1 = Ydt - \lambda_1 N_1 dt$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{1}{\tau}$$

$$\lambda_1 = 0.017 \text{ min}^{-1}$$

$$\tau = 58 \text{ min}$$

$$N_1(t) = \frac{Y}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 t}) \quad A_1(t) = \lambda_1 N_1(t) = Y(1 - e^{-\lambda_1 t})$$



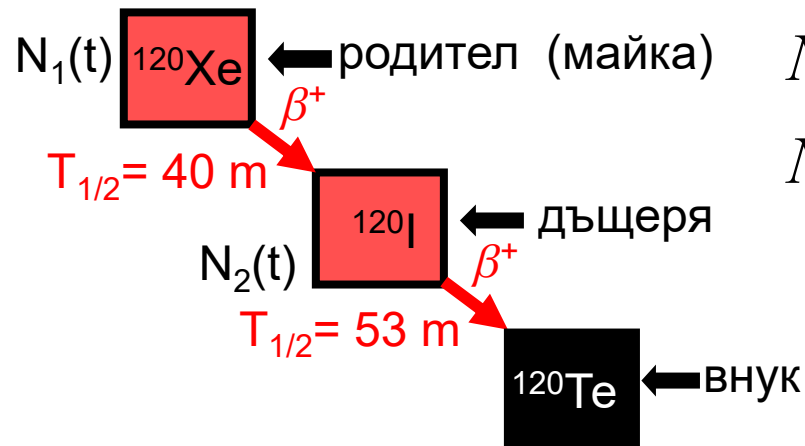
$$t \ll \tau \quad (T_{1/2})$$

$$A_1(t) \simeq Y \lambda_1 t$$

$$t \gg \tau \quad (T_{1/2})$$

$$A_1(t) \simeq Y$$

Две последователни разпадания



$$N_1(t=0) = N_0 \quad dN_1 = -\lambda_1 N_1 dt$$

$$N_2(t=0) = 0 \quad dN_2 = \lambda_1 N_1 dt - \lambda_2 N_2 dt$$

$$N_1(t) = N_0 e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_2(t) = A e^{-\lambda_1 t} + B e^{-\lambda_2 t}$$

$$N_2(0) = 0 = A + B$$

$$A = -B$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = \begin{cases} \lambda_1 (N_0 e^{-\lambda_1 t}) - \lambda_2 (A e^{-\lambda_1 t} + B e^{-\lambda_2 t}) \\ -\lambda_1 A e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 B e^{-\lambda_2 t} \end{cases}$$

$$A = N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$N_2(t) = N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$\lambda_2 = 0 \quad (\tau \rightarrow \infty)$$

$$N_2(t) = N_0 (1 - e^{-\lambda_1 t})$$

Две последователни разпадания $\lambda_1 \ll \lambda_2$

$$\lambda_1 \ll \lambda_2$$

$$\tau_1 \gg \tau_2$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \text{const}$$

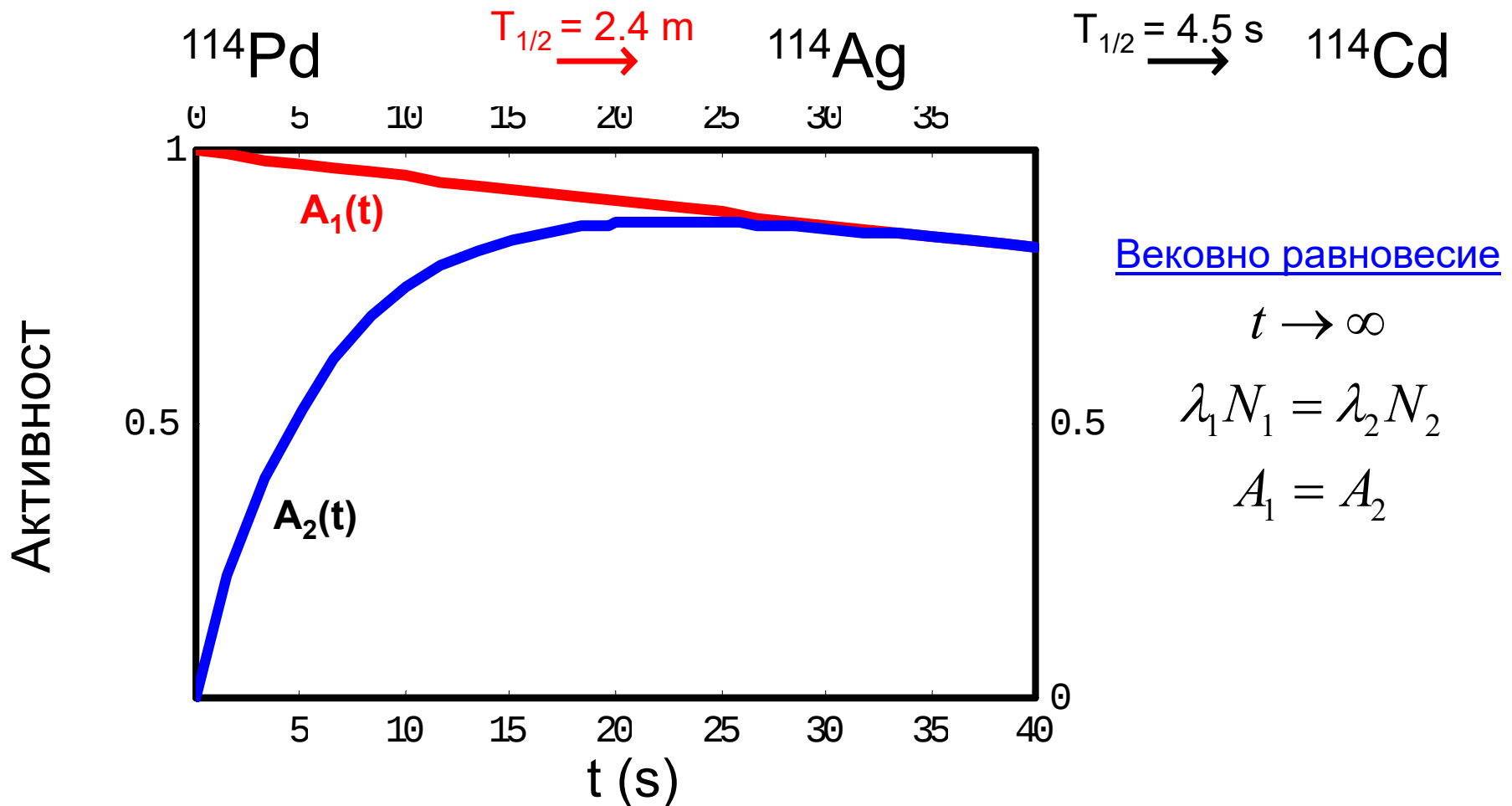
$$e^{-\lambda_1 t} \simeq 1$$

$$N_2(t) = N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 t})$$

$$A_2(t) = A_1(1 - e^{-\lambda_2 t})$$



равновесие

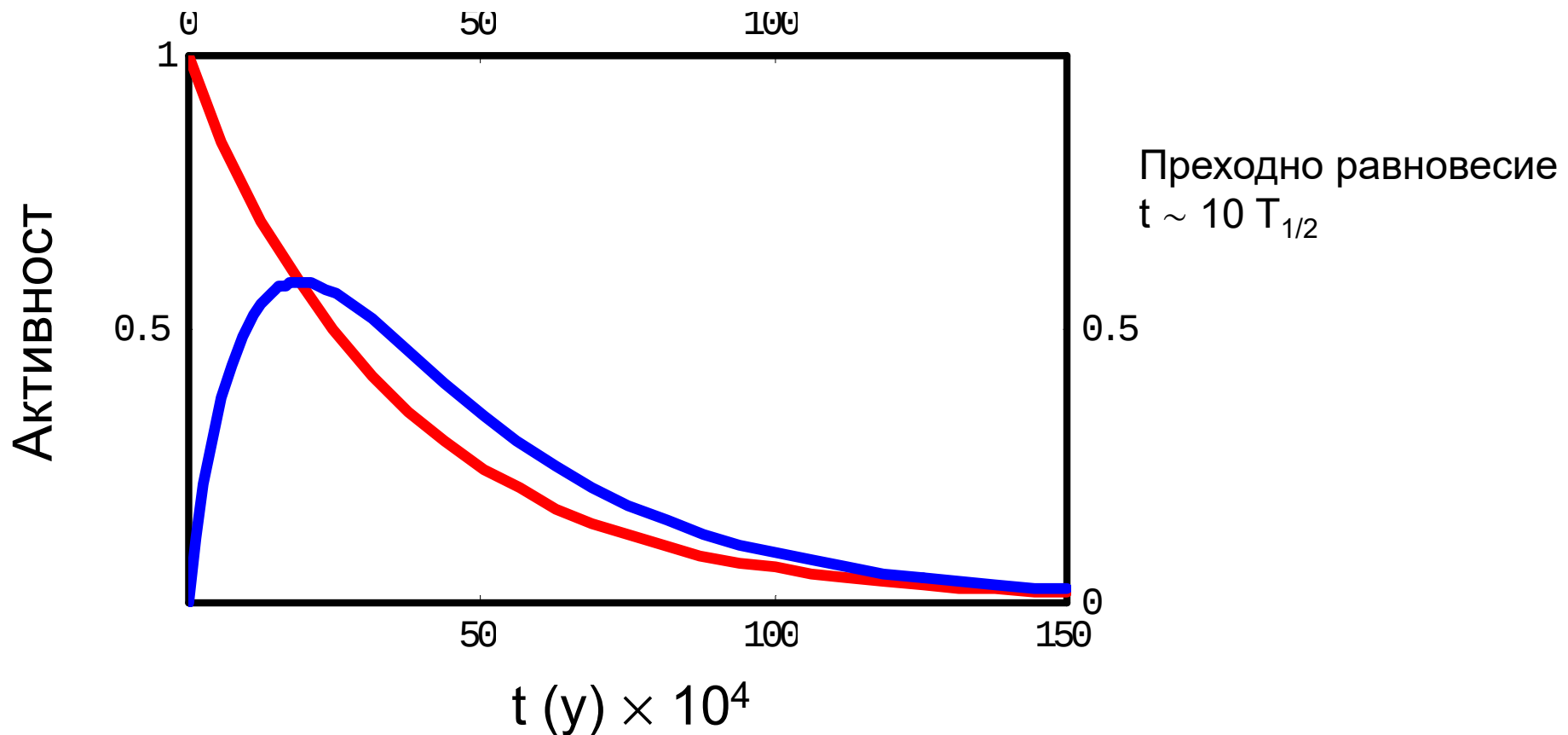


Две последователни разпадания $\lambda_1 < \lambda_2$

$$N_1(t) = N_0 e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_2(t) = N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

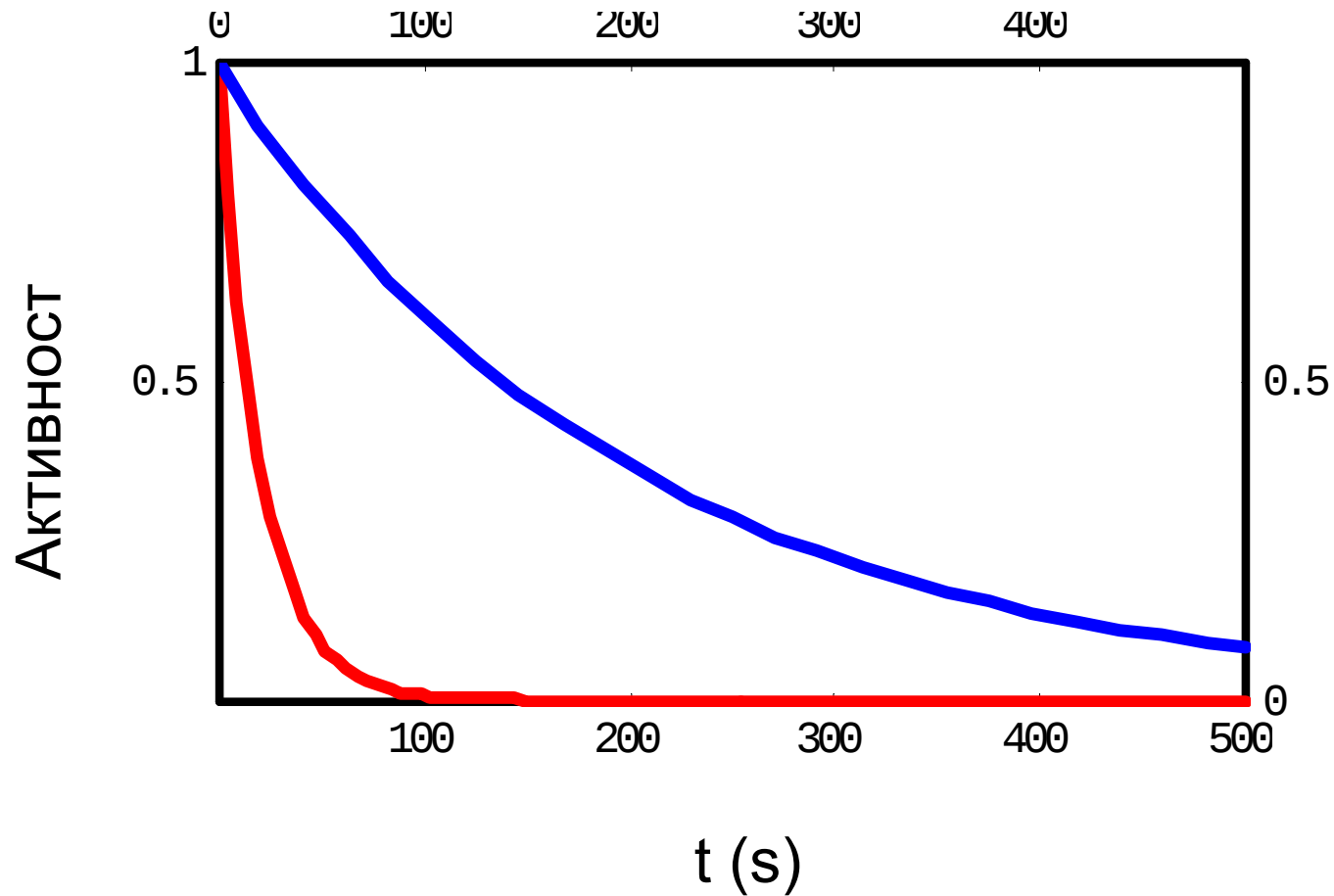
$$\frac{\lambda_2 N_2(t)}{\lambda_1 N_1(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t})$$



Две последователни разпадания $\lambda_1 > \lambda_2$

$$N_2(t) = N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$N_2(t) = N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} e^{-\lambda_2 t}$$



Три последователни разпадания

$$dN_1 = -\lambda_1 N_1 dt$$

$$dN_2 = \lambda_1 N_1 dt - \lambda_2 N_2 dt$$

$$dN_3 = \lambda_2 N_2 dt - \lambda_3 N_3 dt$$

$$N_1(0) = N_0$$

$$N_2(0) = N_3(0) = 0$$

$$N_1(t) = N_0 e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_2(t) = N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$N_3(t) = Ce^{-\lambda_1 t} + De^{-\lambda_2 t} + Ee^{-\lambda_3 t}$$

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = \begin{cases} \lambda_2 N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) - \lambda_3 Ce^{-\lambda_1 t} - \lambda_3 De^{-\lambda_2 t} - \lambda_3 Ee^{-\lambda_3 t} \\ -\lambda_1 Ce^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 De^{-\lambda_2 t} - \lambda_3 Ee^{-\lambda_3 t} \end{cases}$$

$$(\lambda_3 - \lambda_1)Ce^{-\lambda_1 t} + (\lambda_3 - \lambda_2)De^{-\lambda_2 t} = N_0 \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} - N_0 \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_2 t}$$

$$(\lambda_3 - \lambda_1)C = N_0 \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$D + C = -E$$

$$(\lambda_3 - \lambda_2)D = -N_0 \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$C = N_0 \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)}$$

$$D = N_0 \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)}$$

$$E = N_0 \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)}$$

$$N_3(t) = N_0 \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 t} + N_0 \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} e^{-\lambda_2 t} + N_0 \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} e^{-\lambda_3 t}$$

$$A_3(t) = \lambda_3 N_3(t) = N_0 \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} e^{-\lambda_1 t} + N_0 \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)} e^{-\lambda_2 t} + N_0 \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{(\lambda_1 - \lambda_3)(\lambda_2 - \lambda_3)} e^{-\lambda_3 t}$$

N последовательни разпадания

$$dN_1 = -\lambda_1 N_1 dt$$

$$dN_2 = \lambda_1 N_1 dt - \lambda_2 N_2 dt$$

$$dN_3 = \lambda_2 N_2 dt - \lambda_3 N_3 dt$$

.....

$$dN_N = \lambda_{N-1} N_{N-1} dt - \lambda_N N_N dt$$

$$N_1(0) = N_0$$

$$N_2(0) = N_3(0) = \dots = N_N(0) = 0$$

$$N_N(t) = \sum_{i=1}^N C_i e^{-\lambda_i t}$$

$$C_m = \frac{\prod_{i=1}^{N-1} \lambda_i}{\prod_{i \neq m=1}^N (\lambda_i - \lambda_m)} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_{N-1}}{(\lambda_1 - \lambda_m)(\lambda_2 - \lambda_m)(\lambda_3 - \lambda_m) \dots (\lambda_N - \lambda_m)}$$

$$A_N(t) = \lambda_N \sum_{i=1}^N C_i e^{-\lambda_i t} = \sum_{i=1}^N C'_i e^{-\lambda_i t}$$

$$C'_m = \frac{\prod_{i=1}^N \lambda_i}{\prod_{i \neq m=1}^N (\lambda_i - \lambda_m)} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_{N-1} \lambda_N}{(\lambda_1 - \lambda_m)(\lambda_2 - \lambda_m)(\lambda_3 - \lambda_m) \dots (\lambda_N - \lambda_m)}$$

Естествена радиоактивност

$4n + 1$ (Нептуниева) – $^{237}\text{Np}(2.14 \times 10^6 \text{y}) \rightarrow \dots \rightarrow ^{209}\text{Bi}$

$4n + 2$ (Уранова) – $^{238}\text{U}(4.47 \times 10^9 \text{y}) \rightarrow \dots \rightarrow ^{222}\text{Rn}(3.8 \text{d}) \rightarrow \dots \rightarrow ^{206}\text{Pb}$

$4n + 3$ (Актиниева) – $^{235}\text{U}(7.04 \times 10^8 \text{y}) \rightarrow \dots \rightarrow ^{207}\text{Pb}$

Други

$^{40}\text{K} (1.28 \times 10^9 \text{y})$

$^{87}\text{Rb} (4.8 \times 10^{10} \text{y})$

$^{113}\text{Cd} (9 \times 10^{15} \text{y})$

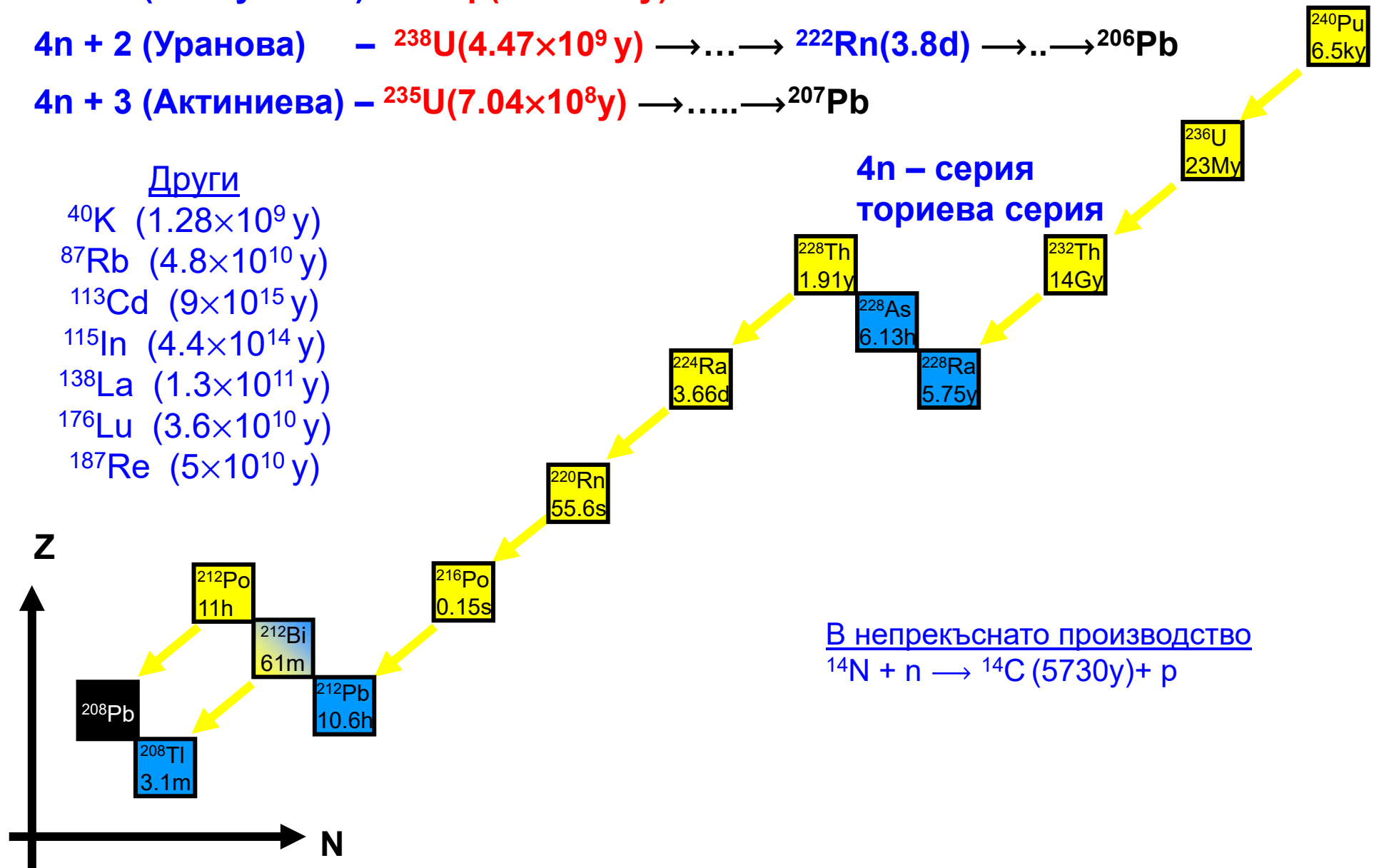
$^{115}\text{In} (4.4 \times 10^{14} \text{y})$

$^{138}\text{La} (1.3 \times 10^{11} \text{y})$

$^{176}\text{Lu} (3.6 \times 10^{10} \text{y})$

$^{187}\text{Re} (5 \times 10^{10} \text{y})$

$4n$ – серия ториева серия



В непрекъснато производство

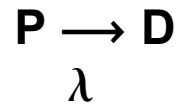


Радиоактивно датиране

Проба - изградена от радиоактивен родител, атомите на родителя и дъщерните продукти не напускат пробата, в момента $t=t_0$ в има само атоми на родителя и няма външен принос!

$$t = t_0$$

$$N_P(t_0)$$



$$t = t_1$$

$$N_P(t_1) + N_D(t_1)$$

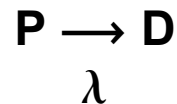
$$N_P(t_0) = N_P(t_1) + N_D(t_1) \quad N_P(t_1) = N_P(t_0)e^{-\lambda(t_1-t_0)}$$

$$\Delta t \equiv t_1 - t_0 = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{N_P(t_0)}{N_P(t_1)} = \frac{1}{\lambda} \ln \left(1 + \frac{N_D(t_1)}{N_P(t_1)} \right)$$

Проба - изградена от радиоактивен родител, атомите на родителя и дъщерните продукти не напускат пробата и няма външен принос!

$$t = t_0$$

$$N_P(t_0) + N_D(t_0)$$



$$t = t_1$$

$$N_P(t_1) + N_D(t_1)$$

$$N_{D'}(t_0) \quad \mathbf{D' - стабилен изотоп на D, не участващ в разпада} \quad N_{D'}(t_1)$$

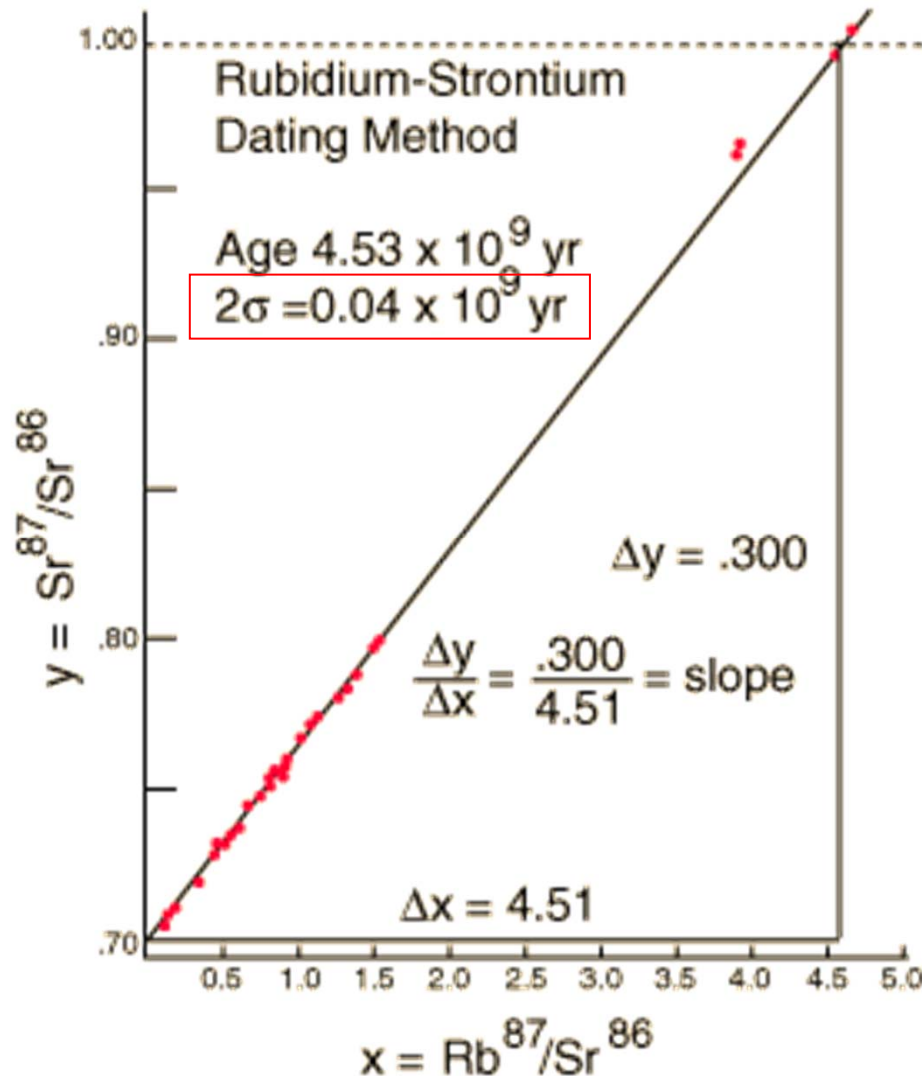
$$N_P(t_0) + N_D(t_0) = N_P(t_1) + N_D(t_1)$$

$$N_{D'}(t_0) = N_{D'}(t_1)$$

$$\frac{N_D(t_1)}{N_{D'}(t_1)} = \frac{N_P(t_1)}{N_{D'}(t_1)} \left[e^{\lambda \Delta t} - 1 \right] + \frac{N_D(t_0)}{N_{D'}(t_0)}$$

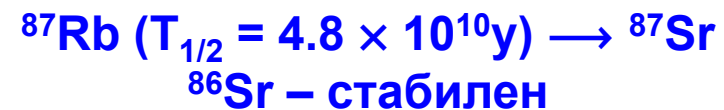
Възраст на планетата

Всички минерали, които са се образували заедно трябва да имат **една и съща възраст** и **еднакво изотопно отношение** $N_D(t_0)/N_{D'}(t_0)$ въпреки че за всеки от тях $N_P(t_0)$ може да е различно! $\longrightarrow$ $N_P(t_1)/N_{D'}(t_1)$ и $N_D(t_1)/N_{D'}(t_1)$ ще са различни но:



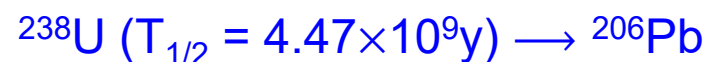
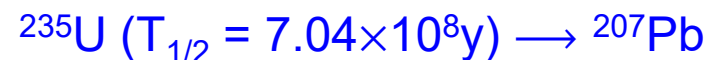
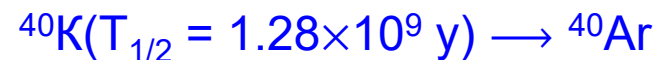
$$\underset{y}{\frac{N_D(t_1)}{N_{D'}(t_1)}} = \underset{x}{\frac{N_P(t_1)}{N_{D'}(t_1)}} \left[\underset{a = \text{const}}{e^{\lambda \Delta t}} - 1 \right] + \underset{b = \text{const}}{\frac{N_D(t_0)}{N_{D'}(t_0)}}$$

$$y = ax + b$$



$y = ^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$ $x = ^{87}\text{Rb}/^{86}\text{Sr}$

Други



Въглероден метод за датиране на органични проби



константен добив



Равновесие: $\frac{\#(^{14}\text{C})}{\#(^{12}\text{C})} \approx 1.3 \times 10^{-12}$

1 атом ^{14}C на 10^{12} атома ^{12}C

1g (C) $\Leftrightarrow 6.0 \times 10^{23}$ атома

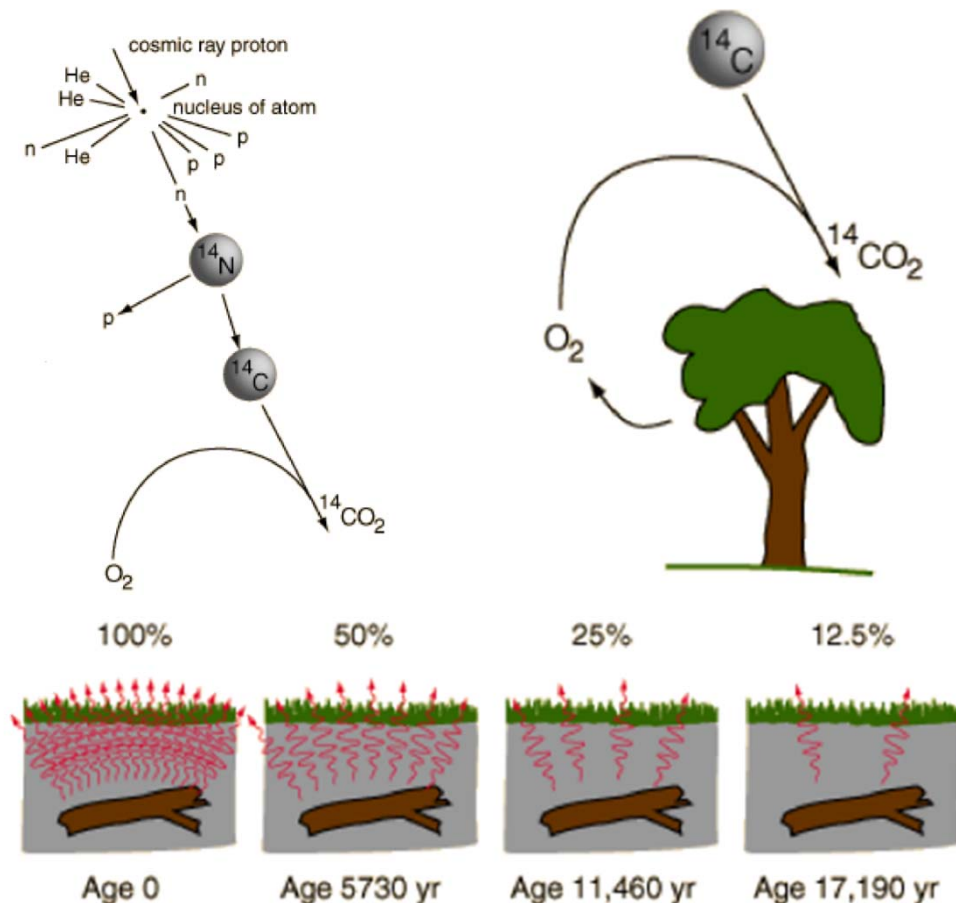
$\Leftrightarrow 6 \times 10^{12}$ ^{14}C

специфична активност

$A(^{14}\text{C/g}) \approx 23 \text{ r/min}$

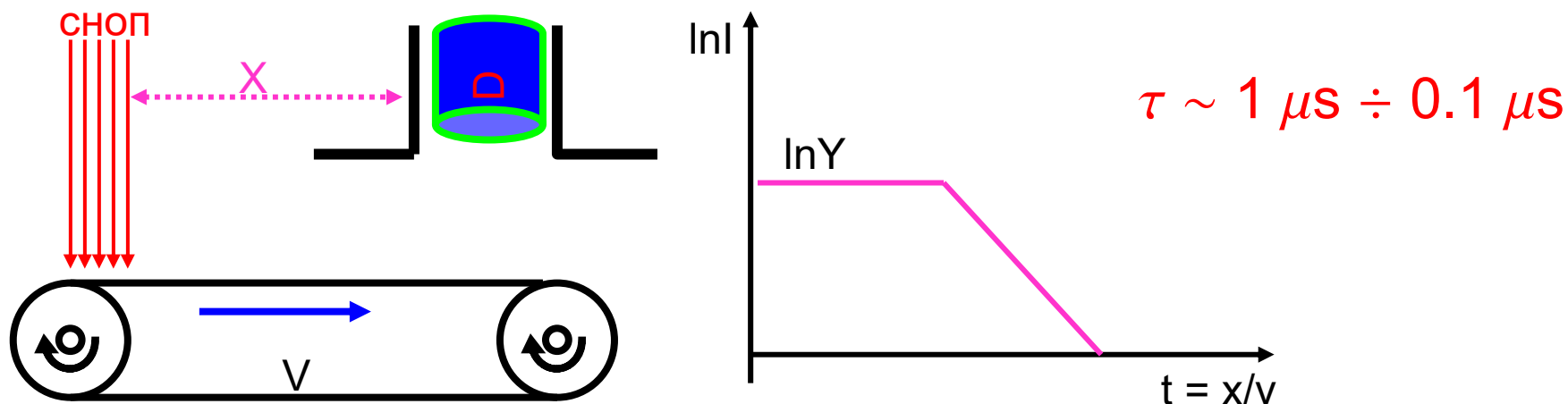
Проблеми

- трудно приложим за времена по-дълги от $10T_{1/2}$ (сепаратори до 10^5 y);
- неприложим за проби от последните 100 години;

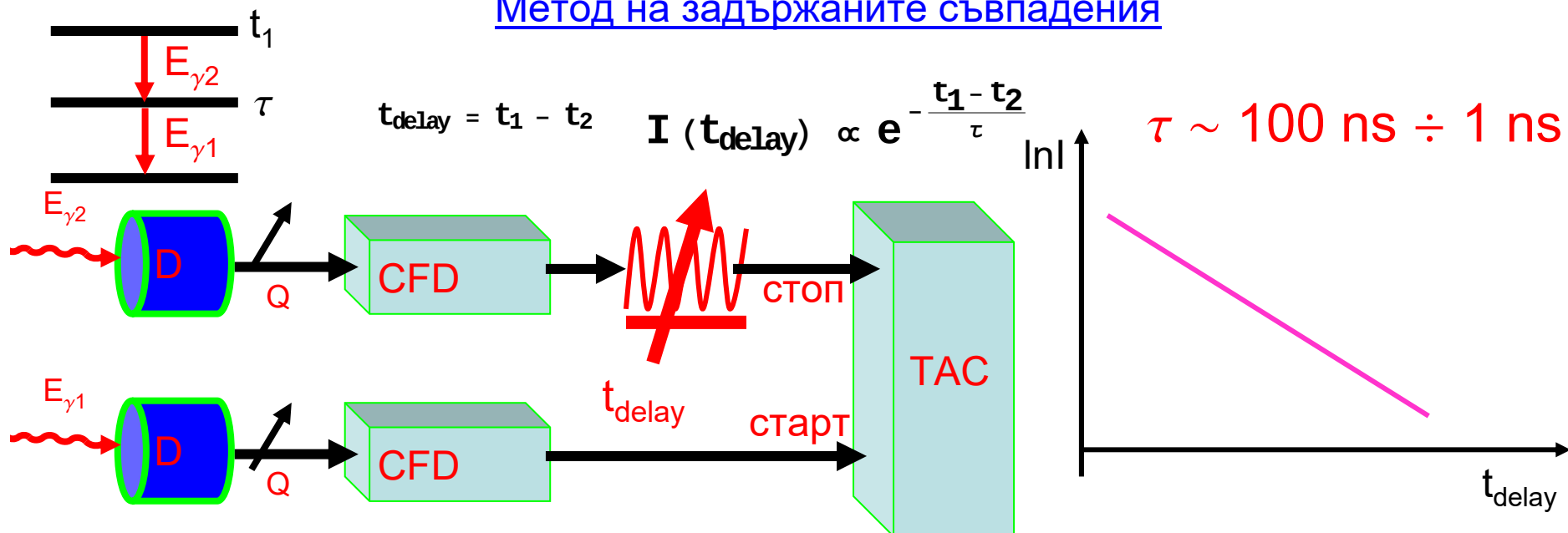


Методи за определяне на времена на живот

Метод на движещата се мишена



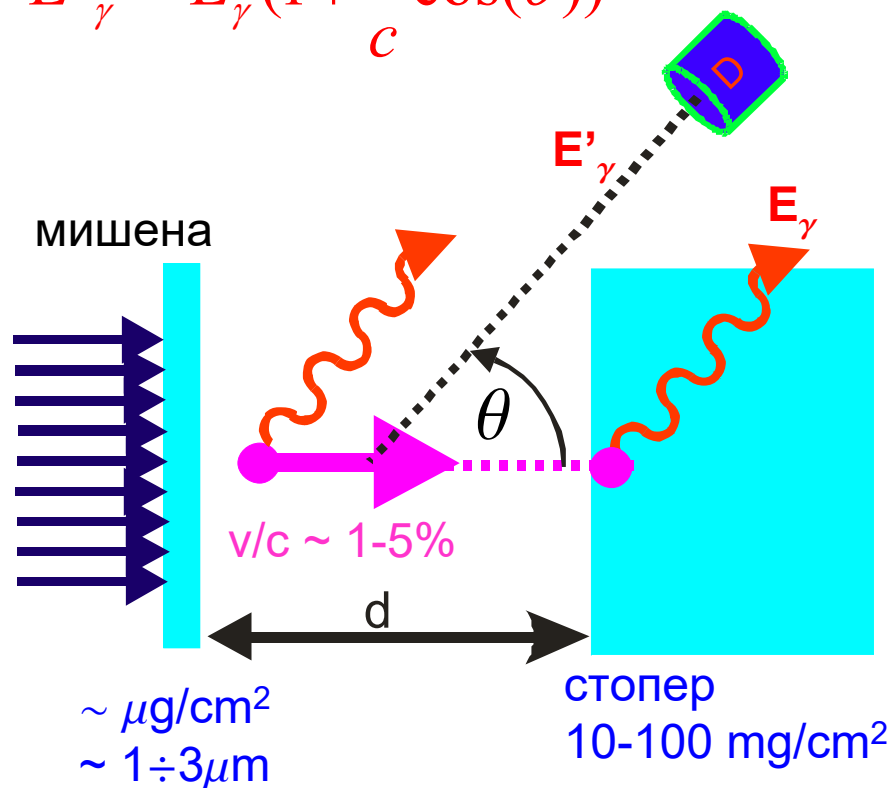
Метод на задържаните съвпадения



Методи за определяне на времена на живот

Метод на доплеровото разцепване (Recoil distance Doppler shift)

$$E'_{\gamma} = E_{\gamma} \left(1 + \frac{v}{c} \cos(\theta) \right)$$



$$t_F = d / v$$

$$I_{sh} = \int_0^{t_F} \left(-\frac{dN}{dt} \right) dt = N_0 (1 - e^{-\lambda t_F})$$

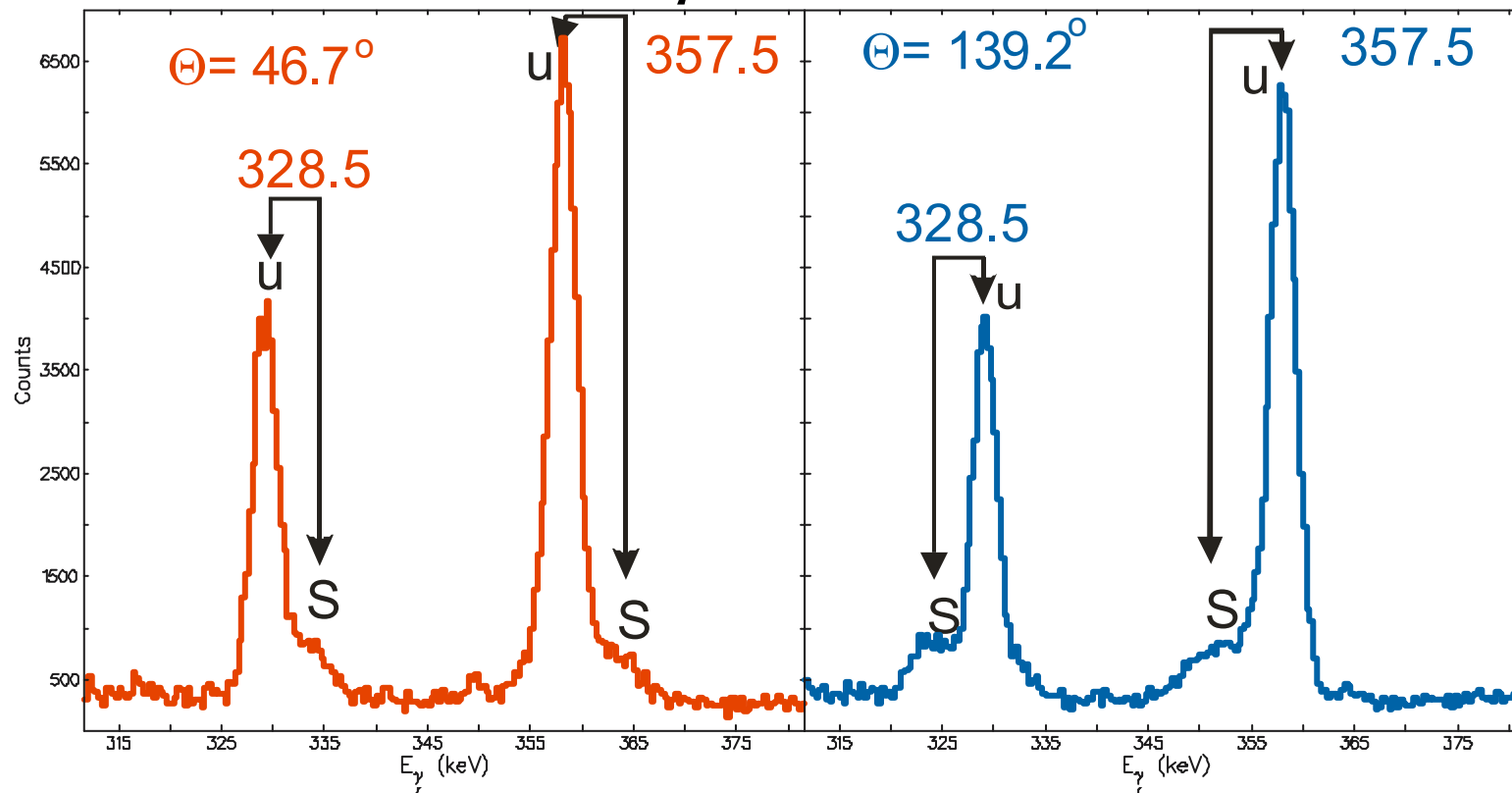
$$I_{unsh} = \int_{t_F}^{\infty} \left(-\frac{dN}{dt} \right) dt = N_0 e^{-\lambda t_F}$$

$$\frac{I_{unsh}}{N_0} = \frac{I_{unsh}}{I_{unsh} + I_{sh}} = e^{-\lambda t_F}$$

Измерване на времената на живот в ^{104}Rh

$$\tau \sim 10 \text{ ps} \div 0.1 \text{ ps}$$

$8 \mu\text{m}$



Методи за определяне на времена на живот

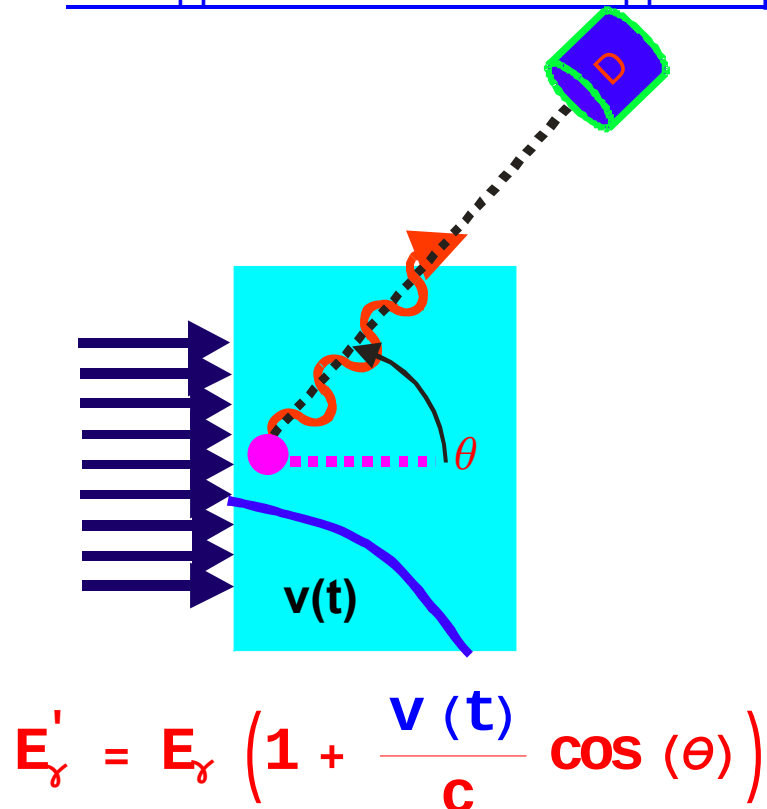
Метод на доплеровото разцепване (Recoil distance Doppler shift)

Експериментални трудности



Методи за определяне на времена на живот

Метод на отслабване на доплеровото отместване (Doppler shift attenuation)



$$\tau \sim 1\text{ps} \div 0.01\text{ ps}$$

