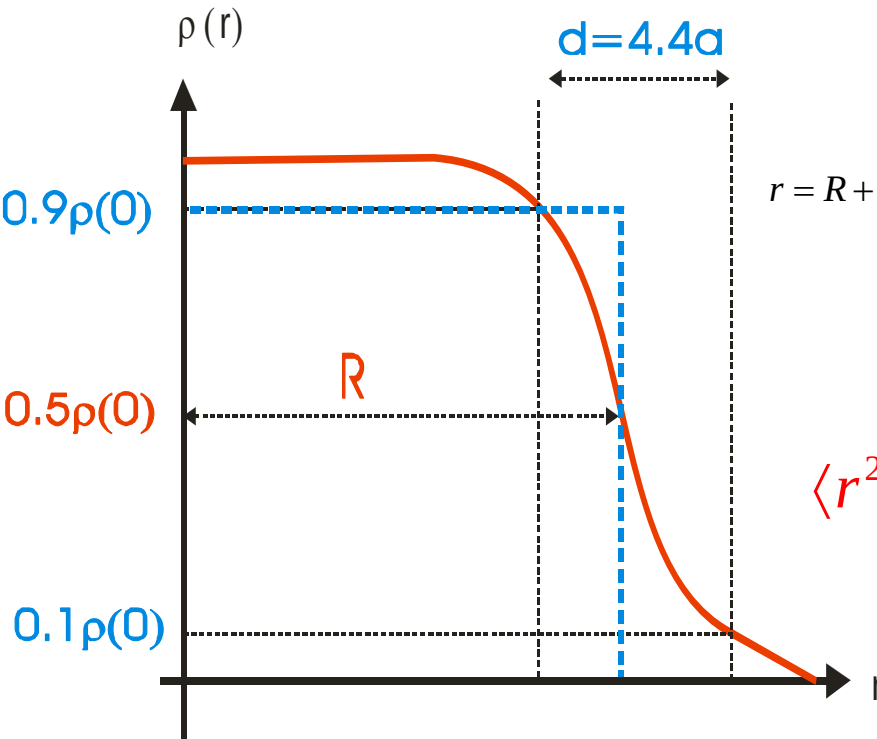


Общи свойства на ядрата

Ядрен радиус.

Ядрен радиус

Функция на ферми



$$\rho(r) = \rho_0 \left[1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right) \right]^{-1}$$

$$\rho(r=R) = 0.5\rho_0 \quad \frac{A}{(4/3)\pi R^3} \sim \text{const} \Rightarrow R = \text{const} \cdot A^{1/3}$$

$$r = R + a \ln \left[\frac{\rho_0}{\rho(r)} - 1 \right] \quad d = r(@0.1\rho_0) - r(@0.9\rho_0) = 4a \ln(3)$$

Средно-квадратичен радиус

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int \rho(r) r^2 d^3r}{\int \rho(r) d^3r}$$

$$R_{rms} = \left(\frac{5}{3} \langle r^2 \rangle \right)^{1/2}$$

$$\langle r^2 \rangle^{1/2} \neq R$$

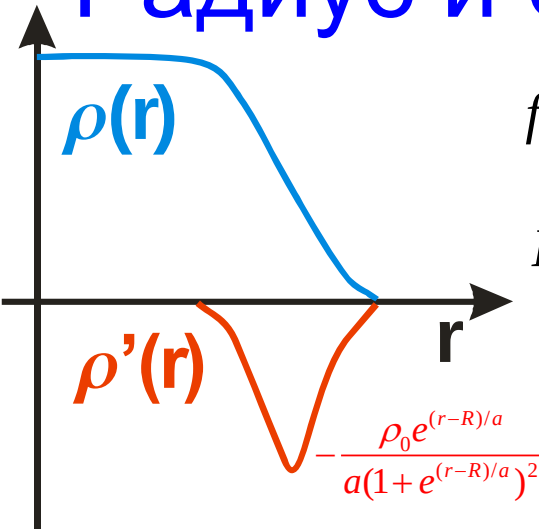
$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 & r \leq R \\ 0 & r > R \end{cases}$$

$$\int \rho(r) d^3r = \int_0^R \rho(r) r^2 dr \int_{\Omega} d\Omega = 4\pi\rho_0 \frac{1}{3} R^3$$

$$\int \rho(r) r^2 d^3r = \int_0^R \rho(r) r^4 dr \int_{\Omega} d\Omega = 4\pi\rho_0 \frac{1}{5} R^5$$

$$\langle r^2 \rangle = \frac{3}{5} R^2$$

Радиус и средно-квадратичен радиус



$$f(r=0) < \infty \quad \int_0^\infty f(r)\rho(r)dr = [F(r)\rho(r)]_0^\infty - \int_0^\infty F(r)\rho'(r)dr$$

$$F(r) = \int_0^r f(z)dz \quad [F(r)\rho(r)]_0^\infty = F(\infty)\rho(\infty) - F(0)\rho(0) = 0$$

$$F(r) = F(R) + \frac{f(R)}{1!}(r-R) + \frac{1}{2!}\left[\frac{df(r)}{dr}\right]_{r=R}(r-R)^2 + \dots$$

$$\int_0^\infty f(r)\rho(r)dr = -F(R)\rho_0\left(\int_0^\infty -\frac{e^{(r-R)/a}}{a(1+e^{(r-R)/a})^2}dr\right) - f(R)\rho_0\left(\int_0^\infty -\frac{(r-R)e^{(r-R)/a}}{a(1+e^{(r-R)/a})^2}dr\right) - \frac{\rho_0}{2}\left[\frac{df(r)}{dr}\right]_{r=R}\left(\int_0^\infty -\frac{(r-R)^2e^{(r-R)/a}}{a(1+e^{(r-R)/a})^2}dr\right) =$$

$R \gg a$

$$= \rho_0 \int_0^R f(r)dr \int_{-R/a}^\infty \frac{e^b}{(1+e^b)^2}db + f(R)\rho_0 a \int_{-R/a}^\infty \frac{be^b}{(1+e^b)^2}db + \frac{\rho_0}{2}\left[\frac{df(r)}{dr}\right]_{r=R} a^2 \int_{-R/a}^\infty \frac{b^2 e^b}{(1+e^b)^2}db =$$

$$= \rho_0 \int_0^R f(r)dr \left[1 - \frac{1}{1+e^{R/a}}\right] + f(R)\rho_0 a \left[\frac{R}{a+ae^{R/a}} + \ln(1+e^{R/a})\right] + \frac{\rho_0}{2}\left[\frac{df(r)}{dr}\right]_{r=R} a^2 \left[\frac{\pi^2}{3} - \frac{R^2}{a^2(1+e^{R/a})} - \frac{2R \ln(1+e^{-R/a})}{a} + 2 \sum_{k=1}^\infty \frac{(-e^{-R/a})^k}{k^2} - 1\right] =$$

$$= \rho_0 \left[\int_0^R f(r)dr + \frac{\pi^2}{6} a^2 \left[\frac{df(r)}{dr} \right]_{r=R} \right]$$

$$f(r) = r^{n+2}$$

$$\int r^n \rho(r) d^3\vec{r} = 4\pi\rho_0 \left[\int_0^R r^{n+2} dr + \frac{\pi^2}{6} a^2 [(n+2)r^{n+1}]_{r=R} \right]$$

Радиус и средно-квадратичен радиус

$$\int r^n \rho(r) d^3\vec{r} = 4\pi\rho_0 \left[\int_0^R r^{n+2} dr + \frac{\pi^2}{6} a^2 [(n+2)r^{n+1}]_{r=R} \right]$$

$$n=0: \int \rho(r) d^3\vec{r} = 4\pi\rho_0 R^3 \frac{1}{3} \left[1 + \pi^2 \left(\frac{a}{R} \right)^2 \right]$$

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int \rho(r) r^2 d^3r}{\int \rho(r) d^3r}$$

$$n=2: \int r^2 \rho(r) d^3\vec{r} = 4\pi\rho_0 R^5 \frac{1}{5} \left[1 + \frac{20\pi^2}{6} \left(\frac{a}{R} \right)^2 \right]$$

$$\langle r^2 \rangle = \frac{3}{5} R^2 \frac{1 + \frac{20\pi^2}{6} \left(\frac{a}{R} \right)^2}{1 + \pi^2 \left(\frac{a}{R} \right)^2} \approx \frac{3}{5} R^2 \left[1 + \frac{7\pi^2}{3} \left(\frac{a}{R} \right)^2 \right]$$

$\frac{1+ax^2}{1+bx^2} \approx 1 + (a-b)x^2 + O(x^3)$

$$\langle r^2 \rangle = \frac{3}{5} R^2 \left[1 + \frac{7\pi^2}{3} \left(\frac{a}{R} \right)^2 \right]$$

$$R_{rms} = R \sqrt{1 + \frac{7\pi^2}{6} \left(\frac{a}{R} \right)^2}$$

$$R_{rms} = \left(\frac{5}{3} \langle r^2 \rangle \right)^{1/2}$$

R_{rms} е чувствителен към дифузността на ядрената повърхност

$R_{rms} \rightarrow R$ когато $a/R \rightarrow 0$

$a \approx 0.55 \div 0.60 \text{ fm} \rightarrow 10\% \text{ ефект}$

Експерименти по разсейване

Оптически аналог – снемане на дифракционна картина, която отразява масовото или зарядовото разпределение на ядрената материя

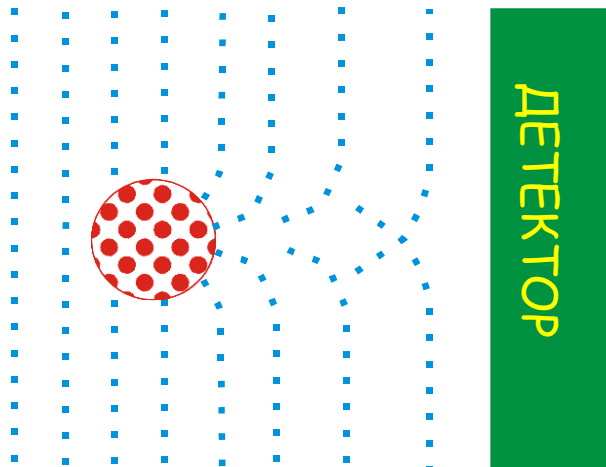
Фрауенхофова дифракция

D – диаметър на ядрото

$$D \sin \theta = m \lambda$$

	$m_{\min}$	$m_{\max}$
1	1.22	1.63
2	2.23	2.68
3	3.28	3.69

$$\lambda = \frac{h}{p} \leq D \quad \lambda = \frac{2\pi(197.3)}{E_e[\text{MeV}]} [\text{fm}]$$



Обект	Скала [fm]	Енергия на електрона [MeV]
Атом	10^5	0.01
Тежко ядро (Pb)	10	100
Протон	1	1000
Кварки	0.1 ?	10000

Резултати от (e,e') експерименти

$$E_e = 420 \text{ MeV} \Rightarrow \lambda = 2.9 \text{ fm}$$

$$\theta = 42^\circ$$

$$D \cdot \sin \theta = 1.22 \lambda$$

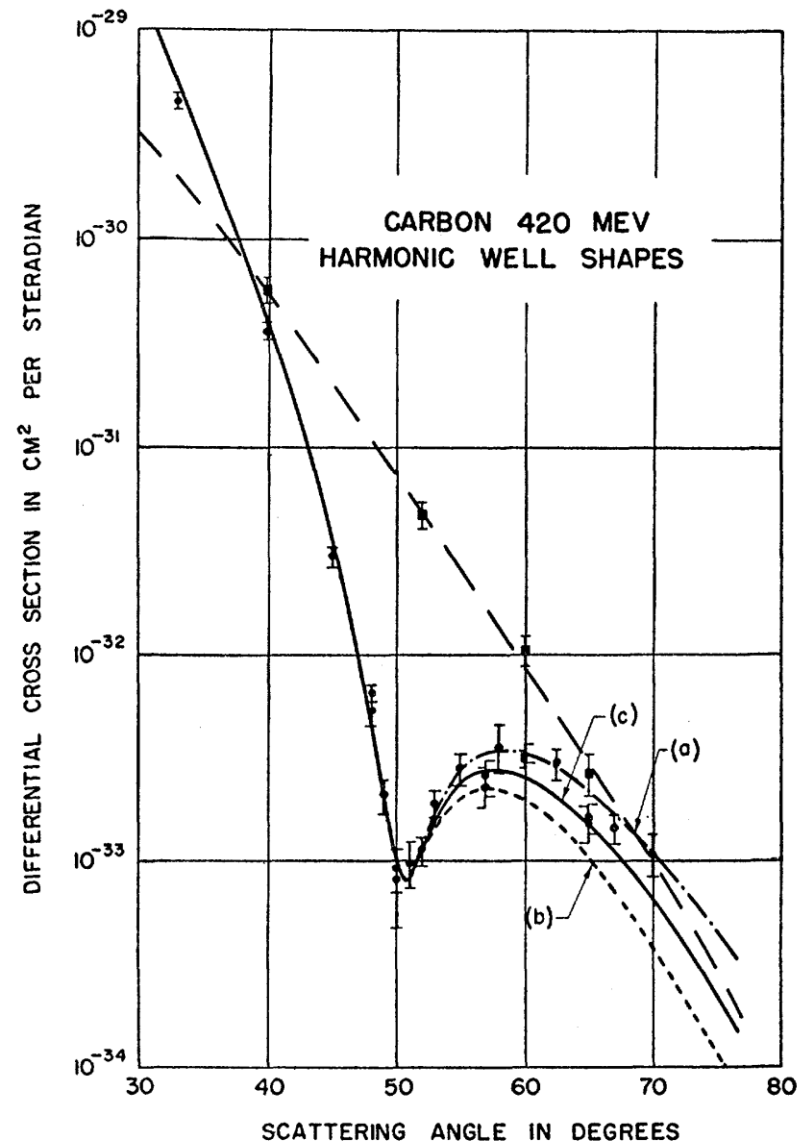
$$D = 5.28 \text{ fm}$$

$$r(^{16}\text{O}) = 2.64 \text{ fm}$$

$$\theta = 51^\circ$$

$$D = 4.56 \text{ fm}$$

$$r(^{12}\text{C}) = 2.28 \text{ fm}$$



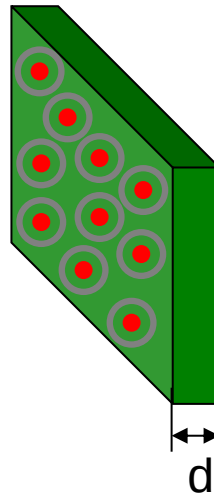
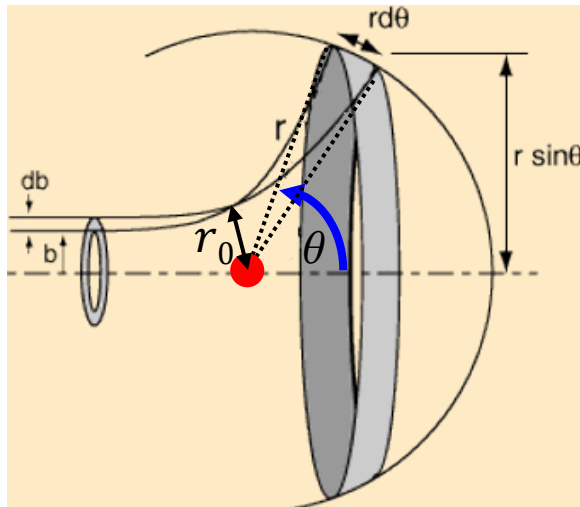
Сечение за Ръдърфордско разсейване

Еластично разсейване на заредени частици от Кулонов (централен) потенциал

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{r} \quad V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zz'e^2}{r} \quad r_0 = \frac{Zz'e^2}{4\pi\epsilon_0 2E} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4b^2 E^2}{(Zz'e^2)^2}} \right) \quad b = \frac{Zz'e^2}{4\pi\epsilon_0 2E} \cot(\theta/2)$$

- за фиксирани $\{b, E, z'\}$ ъгълът на разсейване **нараства** с нарастването на Z
- за фиксирани $\{b, Z, z'\}$ ъгълът на разсейване **намалява** с нарастването на E
- за фиксирани $\{Z, z, E\}$ ъгълът на разсейване **намалява** с нарастването на b
 – **по-малки** прицелни параметри водят до **по-големи** ъгли на разсейване

Мишена



- разстоянието м/у ядрата е многократно по-голямо от размера им
- обемна плътност – n
- повърхностна плътност – nd
- интензивност на снопа – I_b

Приближение

Липса на многократни разсейвания

$$R = I_b n d \sigma$$

σ - сечение за разсейване

$$[\sigma] = \text{barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$$

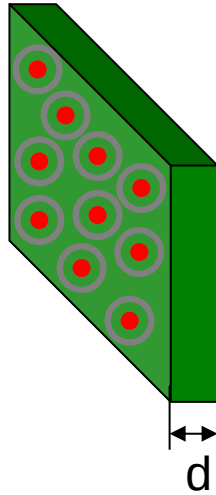
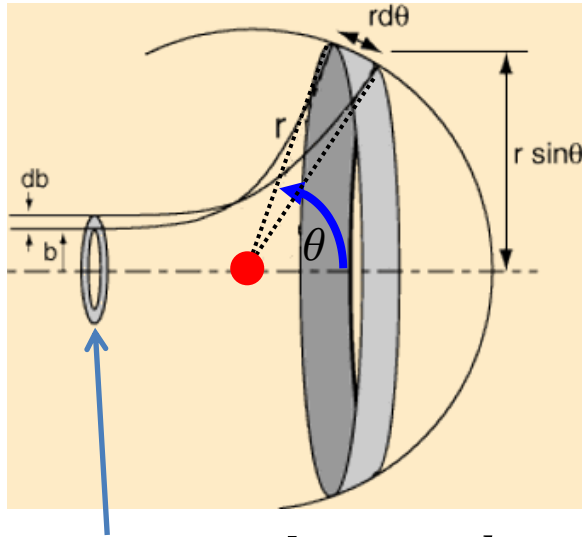
$d\sigma/d\Omega$ диференциално сечение

$$\frac{dR}{d\Omega} = I_b n d \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

Сечение за Ръдърфордско разсейване

Колко частици ще се разсеят в пространствен ъгъл $d\Omega$?

$$\frac{dR}{d\Omega} = I_b n d \frac{d\sigma}{d\Omega}$$



броя налитащи частици разсения с импакт параметър: $(b, b + db) \rightarrow (\theta, \theta - d\theta)$

общия брой разсения частици от nd разсейвателни центъра в ъгъл $(\theta, \theta - d\theta)$

$$dR = I_b 2 \pi b db n d$$

$$I_b 2 \pi b db \frac{dR}{d\Omega} = - \frac{n d I_b 2 \pi b db}{2 \pi \sin \theta d \theta} = n d I_b \left(- \frac{b db}{\sin \theta d \theta} \right)$$

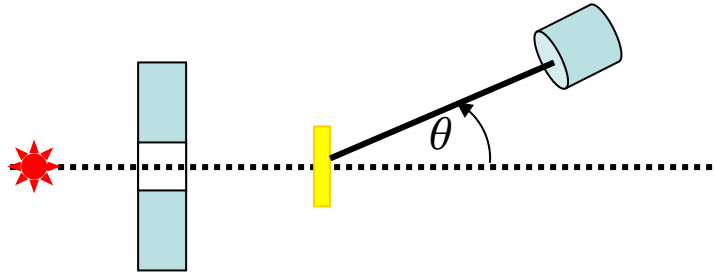
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = - \frac{b}{\sin \theta} \frac{db}{d\theta}$$

$$b = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{Z z' e^2}{2 E} \cot(\theta / 2) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = - \left(\frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{Z z' e^2}{2 E} \right) \frac{\cot(\theta / 2)}{\sin \theta} \left(- \frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{Z z' e^2}{2 E} \right) \frac{1}{\sin^2(\theta / 2)}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{Z z' e^2}{4 E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta / 2)}$$

Сечение за Ръдърфордско разсейване

Измерване на диференциалното сечение



$$\frac{dR}{d\Omega} = I_b nd \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

nd брой разсейвателни центрове на единица площ

$$nd = \frac{N}{S} \quad N = \frac{\rho S d}{A} N_A \quad N_A = 6.02214129(27) \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$\frac{dR}{d\Omega} = I_b \frac{\rho d}{A} N_A \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

$$[\rho d] = \text{mg/cm}^2$$

Съотношения за неопределеност на Хайзенберг

Какво е положението на частица с маса m и импулс $\vec{p}$ ако я разглеждаме като вълна?

$$\Psi(\vec{r}, t) = A e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p} \cdot \vec{r} - E \cdot t)} \quad P(r, t) d^3 r = |A e^{\frac{i}{\hbar}(p \cdot r - E \cdot t)}|^2 d^3 r = |A|^2 d^3 r$$

Не зависи от $\vec{r} \Rightarrow$ всички точки в пространството са **равновероятни!**

Какъв е импулсът $\vec{p}$ на частица с маса m , локализирана в точка, ако я разглеждаме като вълна?

Безсмислен въпрос! $\lambda = h / p$ Каква е дължината на вълната в точка?!

Едновременното познаване на $\vec{p}$ и $\vec{r}$ за квантовите системи е невъзможно – точното измерване на една от тези величини внася неопределеност в другата!

Съотношения за неопределеност на Хайзенберг:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar / 2 \quad \Delta E \Delta t \geq \hbar / 2 \quad \Delta l_z \Delta \varphi \geq \hbar / 2$$

$$\begin{array}{ccc} |\Psi(\vec{r})| \neq 0, \Psi(\vec{r}) \neq 0 & \Psi(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int A(\vec{k}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} d^3 k & A(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \Psi(\vec{r}) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} d^3 r \\ \Delta x, \Delta y, \Delta z & |A(\vec{k})|^2 & \Delta k_x, \Delta k_y, \Delta k_z \end{array}$$

Преходи между квантови състояния

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r}) \right] \Psi(\vec{r}, t) \equiv \hat{H}(\vec{r}, t) \Psi(\vec{r}, t) \quad \psi_n = \varphi_n(\vec{r}) e^{-iE_n t / \hbar}$$

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar / 2 \quad \Delta E = \sqrt{\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2} \quad \begin{aligned} \langle E^2 \rangle &= \langle \psi | H^2 | \psi \rangle \\ \langle E \rangle^2 &= \langle \psi | H | \psi \rangle^2 \end{aligned} \quad \Delta t = \infty$$

$$U(\vec{r}) + V'(t) \quad \psi_i \rightarrow \psi_f \quad \Delta E = \Gamma \neq 0 \quad \text{естествена ширина на линията}$$

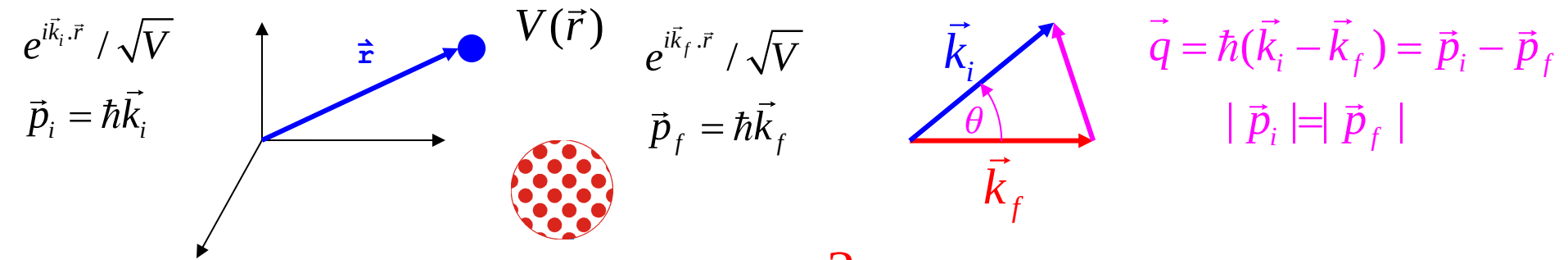
$$E_r = E_i - E_f \quad \tau \simeq \hbar / \Gamma$$

$$\lambda = \frac{1}{\tau} \quad \lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V'_{fi}|^2 \rho(E_f) \quad \text{Златно правило на Ферми}$$

$$V'_{fi} = \langle \psi_f | V_{fi} | \psi_i \rangle = \int \psi_f^* V'_{fi} \psi d\nu \quad \text{Матричен елемент на прехода!}$$

- V_{nl} не зависи от енергията на крайните състояния;
- $\rho(E_n)$ зависи слабо от честота на прехода, т.е. имаме множество крайни състояния със близки енергии;

Еластично разсейване - квантово механично описание



Златно правило на Ферми: $\lambda(\vec{k}_i, \vec{k}_f) = \frac{2\pi}{\hbar} |M(\vec{k}_i, \vec{k}_f)|^2 \rho(E_f) \quad (s^{-1})$

$$j_b = \frac{\dot{N}}{S} = \frac{N_b}{V} v_b \quad R = j_b N_t \sigma \quad \lambda(\vec{k}_i, \vec{k}_f) = \frac{R}{N_b N_t} = \frac{j_b \sigma}{N_b} = \frac{\sigma v_b}{V} \quad \sigma = \lambda(\vec{k}_i, \vec{k}_f) \frac{m}{p} V$$

$$\rho(E_f) = \frac{dn}{dE} = \frac{dn}{dp} \frac{dp}{dE} = \frac{4\pi p^2 V}{h^3} \frac{m}{p} = \frac{4\pi p m}{h^3} V \quad dn = \frac{4\pi p^2 dp V}{h^3} \quad E = \frac{p^2}{2m} \quad \frac{dp}{dE} = \frac{m}{p}$$

$$M(\vec{k}_i, \vec{k}_f) = \int \psi_f^* V(\vec{r}) \psi_i d^3 \vec{r} = \frac{1}{V} \int e^{-i\vec{k}_f \cdot \vec{r}} V(\vec{r}) e^{i\vec{k}_i \cdot \vec{r}} d^3 \vec{r} = \frac{1}{V} \int V(\vec{r}) e^{\frac{i}{\hbar} \vec{q} \cdot \vec{r}} d^3 \vec{r}$$

$$|M(\vec{k}_i, \vec{k}_f)|^2 = M_{fi}^2 / V^2$$

$$\sigma = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{M_{fi}^2}{V^2} \frac{4\pi p m V}{(2\pi \hbar)^3} \frac{m}{p} V = \frac{m^2}{\pi \hbar^4} M_{fi}^2$$

Еластично разсейване - квантово механично описание

$$\sigma = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{M_{fi}^2}{V^2} \frac{4\pi p m V}{h^3} \frac{m}{p} V = \frac{m^2}{\pi \hbar^4} M_{fi}^2$$

$$d\sigma(\theta, \varphi) = \frac{m^2}{\pi \hbar^4} M_{fi}^2 \frac{d\Omega}{4\pi} \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{m^2}{4\pi^2 \hbar^4} M_{fi}^2 = |f(\theta)|^2 \quad f(\theta) - \text{амплитуда на разсейване}$$

$$f(\theta) = \frac{m}{2\pi \hbar^2} \int V(\vec{r}) e^{\frac{i}{\hbar} \vec{q} \cdot \vec{r}} d^3 \vec{r}$$

Еластично разсейване от централен потенциал

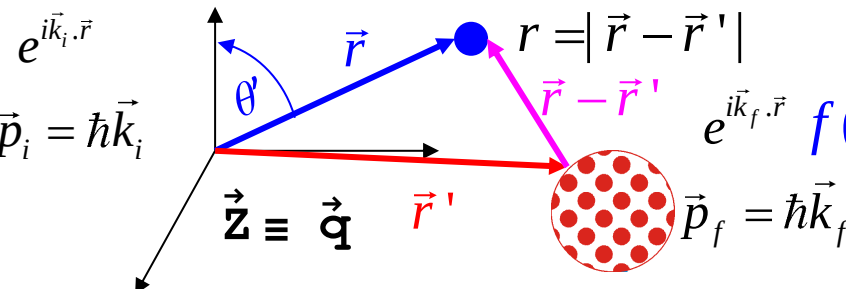


Diagram illustrating elastic scattering from a central potential $V(r)$. The incident particle has momentum $\vec{p}_i = \hbar \vec{k}_i$ and wave vector $\vec{k}_i$. The scattered particle has momentum $\vec{p}_f = \hbar \vec{k}_f$ and wave vector $\vec{k}_f$. The scattering angle is θ . The position vector $\vec{r}$ is shown, and the vector $\vec{r}'$ is defined as $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{r}'$. The diagram also shows the vector $\vec{q} \equiv \vec{k}_f - \vec{k}_i$ and the angle θ' between $\vec{r}$ and $\vec{r}'$.

$$\vec{q} \cdot \vec{r} = qr \cos \theta'$$

$$d^3 \vec{r} = r^2 \sin \theta' dr d\theta' d\varphi$$

$$f(\theta) = \frac{m}{2\pi \hbar^2} \int_r V(r) r^2 dr \int_{\varphi} d\varphi \int_{\theta'} e^{\frac{i}{\hbar} r \cdot q \cos \theta'} \sin \theta' d\theta'$$

$$\int_0^{\pi} e^{\frac{i}{\hbar} r \cdot q \cos \theta'} \sin \theta' d\theta' = \frac{2 \sin(qr / \hbar)}{(qr / \hbar)}$$

$$f(\theta) = \frac{m}{2\pi \hbar^2} 2\pi \frac{2\hbar}{q} \int_0^{\infty} \frac{\sin(qr / \hbar)}{r} V(r) r^2 dr$$

$$f(\theta) = \frac{2m}{q\hbar} \int_0^{\infty} \sin(qr / \hbar) V(r) r dr$$

Ръдърфордовско разсейване от точков обект

$$f(\theta) = \frac{2m}{q\hbar} \int_0^{\infty} \sin(qr / \hbar) V(r) r dr$$

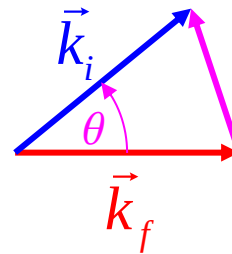
$$V(r) = \frac{Zz'e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

$$f(\theta) = \frac{2m}{q\hbar} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\infty} \sin(qr / \hbar) dr = \frac{2m}{q\hbar} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \lim_{a \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \sin(qr / \hbar) e^{-ra} dr =$$

$$\lim_{a \rightarrow 0} \int_0^{\infty} \sin(bx) e^{-ax} dx = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{b}{b^2 + a^2} = \frac{1}{b}$$

$$= \frac{2m}{q\hbar} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hbar}{q} = \frac{2m}{q^2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = |f(\theta)|^2 = \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{4m^2}{q^4}$$

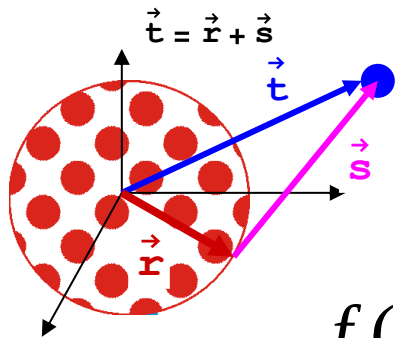


$$\vec{q} = \vec{p}_i - \vec{p}_f, \quad |\vec{p}_i| = |\vec{p}_f|$$

$$q = 2p \sin(\theta / 2), \quad p^2 = 2mE$$

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left(\frac{1}{4E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta / 2)}$$

Ръдърфордовско разсейване от обект с крайни размери



$$dV = \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{\rho(r)}{s} d\vec{r}$$

$$f(\theta) = \frac{2m}{q\hbar} \int_0^\infty \sin(qr / \hbar) V(r) r dr$$

$$f(\theta) = \frac{m}{2\pi\hbar^2} \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \iint \frac{\rho(r)}{s} e^{\frac{i}{\hbar} \vec{q} \cdot \vec{t}} d\vec{t} d\vec{s}$$

$$= \frac{m}{2\pi\hbar^2} \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \iint \frac{\rho(r)}{s} e^{\frac{i}{\hbar} \vec{q} \cdot (\vec{r} + \vec{s})} d\vec{r} d\vec{s} = \boxed{\int \rho(r) e^{\frac{i}{\hbar} \vec{q} \cdot \vec{r}} d\vec{r}} \frac{m}{2\pi\hbar^2} \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \int \frac{e^{\frac{i}{\hbar} \vec{q} \cdot \vec{s}}}{s} d\vec{s}$$

$$= \underbrace{\int_0^\infty \rho(r) \frac{\sin(qr / \hbar)}{(qr / \hbar)} 4\pi r^2 dr}_{F(q)} \underbrace{\frac{2m}{q\hbar} \left(\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \int_0^\infty \sin(qs / \hbar) ds}_{f(\theta)_{\text{Ruth}}}$$

$F(q)$

$f(\theta)_{\text{Ruth}}$

ядрен форм-фактор

Фурие образ на ядрената зарядова плътност

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = F^2(q^2) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Ruth}}$$

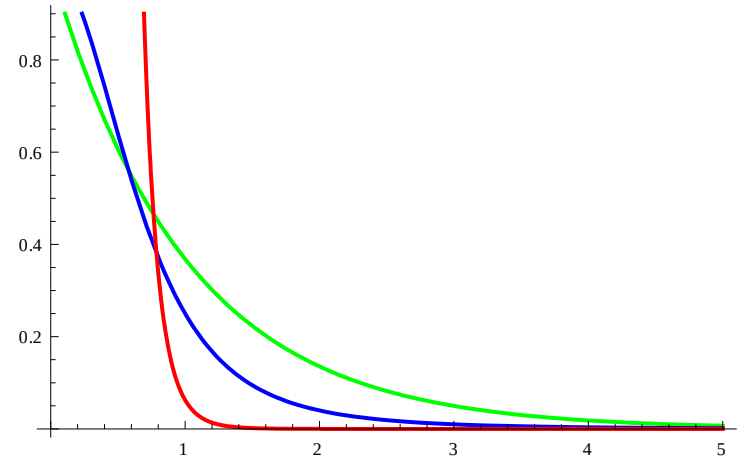
Ядрен форм-фактор

$$F(q^2) = \int_0^{\infty} \rho(r) \frac{\sin(qr / \hbar)}{(qr / \hbar)} 4\pi r^2 dr$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = F^2(q^2) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Ruth}$$

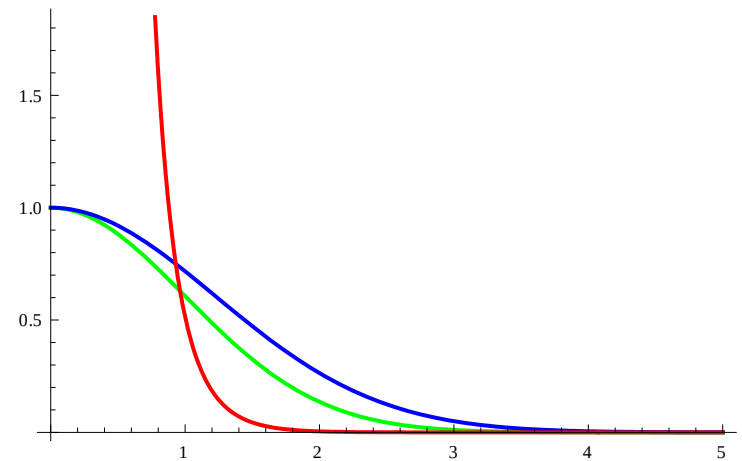
$$\rho(r) = (a^3 / 8\pi) e^{-ar}$$

$$|F(q^2)| = 1 / (1 + q^2 / a^2 \hbar^2)^2$$



$$\rho(r) = (a^2 / 2\pi)^{3/2} e^{-a^2 r^2 / 2}$$

$$|F(q^2)| = e^{-q^2 / 2a^2 \hbar^2}$$



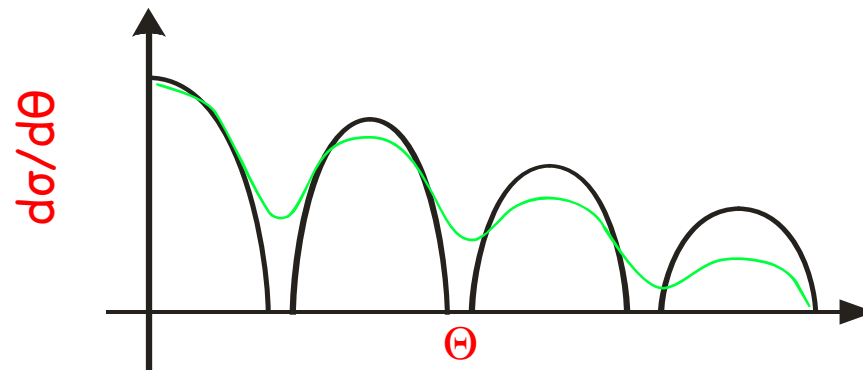
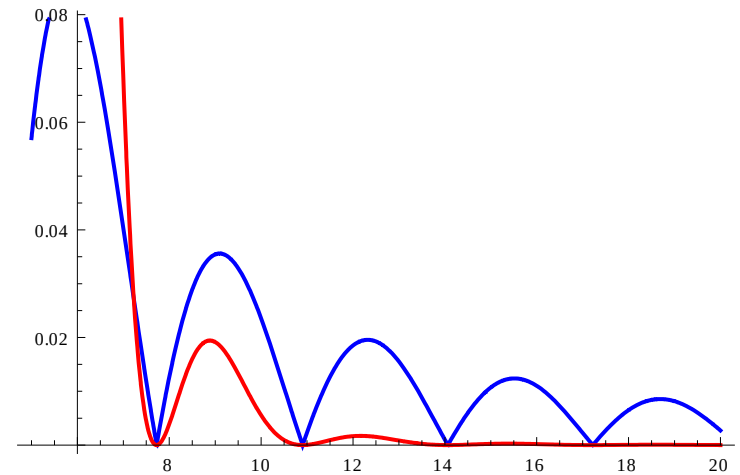
Ядрен форм-фактор

$$F(q^2) = \int_0^{\infty} \rho(r) \frac{\sin(qr / \hbar)}{(qr / \hbar)} 4\pi r^2 dr$$

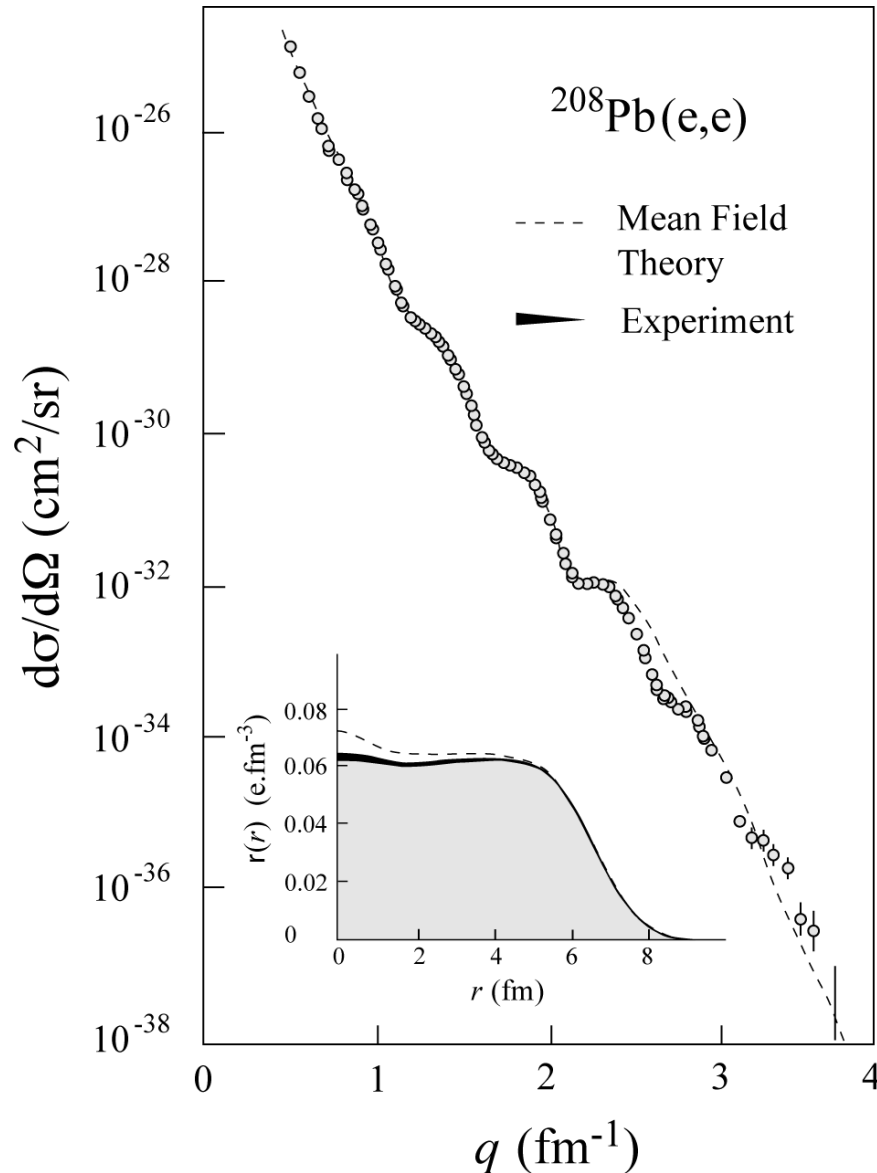
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 = F^2(q^2) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Ruth}$$

$$\rho(r) = \begin{cases} \text{const} = 3 / 4\pi R^3, & r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases}$$

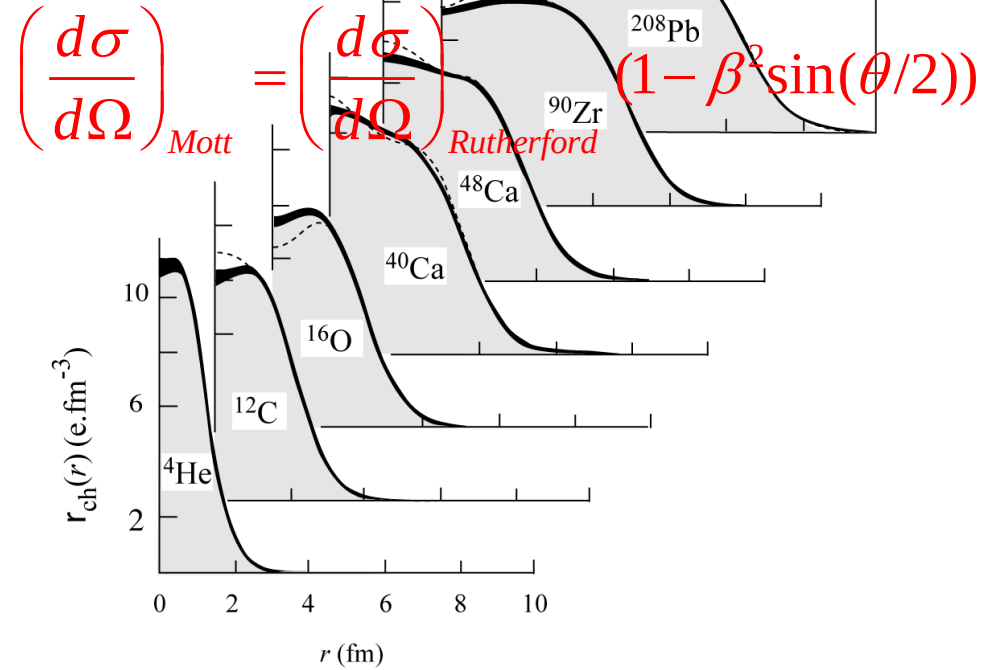
$$|F(q^2)| = 3 \left(\frac{\hbar}{qR} \right)^3 \left(\sin\left(\frac{qR}{\hbar}\right) - \left(\frac{qR}{\hbar}\right) \cos\left(\frac{qR}{\hbar}\right) \right)$$



Резултати от (e,e') експерименти



Релативистки частици
откат на ядрото
Допълнителни взаимодействия



$$R = 1.23(1)A^{1/3}[\text{fm}]$$

$$d \approx 2.3 \text{ fm}$$

Метод на изотопното отместване

Какво е влиянието на ядрения радиус в/у електроните от атомната обвивка?

Ядрото е точков обект

$$V(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

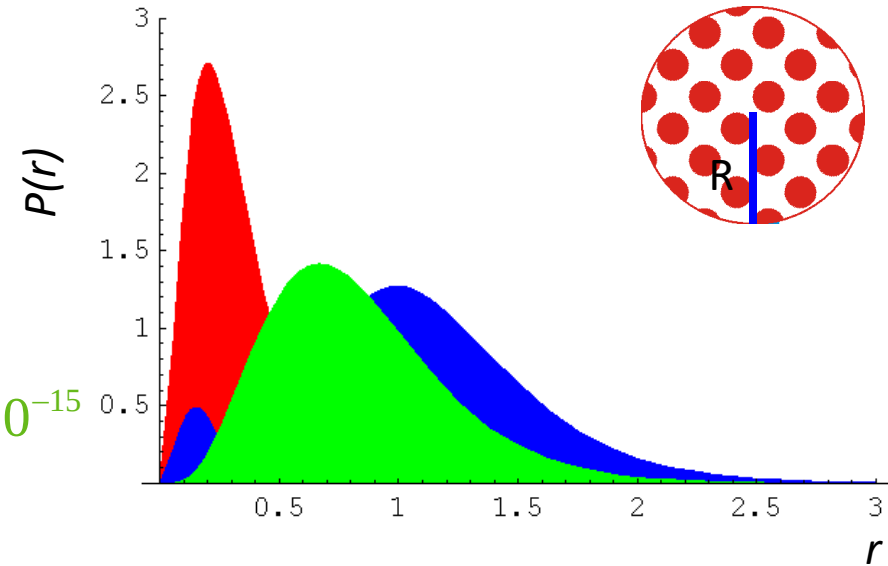
Ядрото е сферично тяло с радиус R

$$V'(r; r < R) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 R} \left[\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

$$P_{1s} = 1.6 \times 10^{-6} \quad P_{2s} = 4.0 \times 10^{-7} \quad P_{2p} = 4.1 \times 10^{-15}$$

$$\langle V' \rangle \approx \int_{r < R} \psi_n^* V' \psi_n d\nu + \int_{r > R} \psi_n^* V \psi_n d\nu$$

$$\Delta E = E' - E \approx \langle V' \rangle - \langle V \rangle$$



$$\psi_{1s} = 2(Z/a_0)^{3/2} e^{-Zr/a_0} \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} \approx 5.3 \times 10^{-11} m$$

$$R/a_0 \approx 10^{-4}$$

$$\Delta E = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{4Z^4}{a_0^3} \int_0^R e^{-2Zr/a_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{3}{2R} + \frac{1}{2} \frac{r^2}{R^3} \right) r^2 dr \approx \frac{2}{5} \frac{Z^4 e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{R^2}{a_0^3}$$

Метод на изотопното отместване

Какво е влиянието на ядрения радиус в/у електроните от атомната обвивка?

$$\Delta E = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{4Z^4}{a_0^3} \int_0^R e^{2Zr/a_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{3}{2R} + \frac{1}{2} \frac{r^2}{R^3} \right) r^2 dr \approx \frac{2}{5} \frac{Z^4 e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{R^2}{a_0^3}$$

K рентгеновото лъчение на съседни изотопи с масови числа **A** и **A'**

$$E_k(A) - E_k(A') = E_{2p}(A) - E_{1s}(A) - E_{2p}(A') + E_{1s}(A') = E_{1s}(A') - E_{1s}(A)$$

$$E' = E + \Delta E$$

K рентгеново изотопно отместване

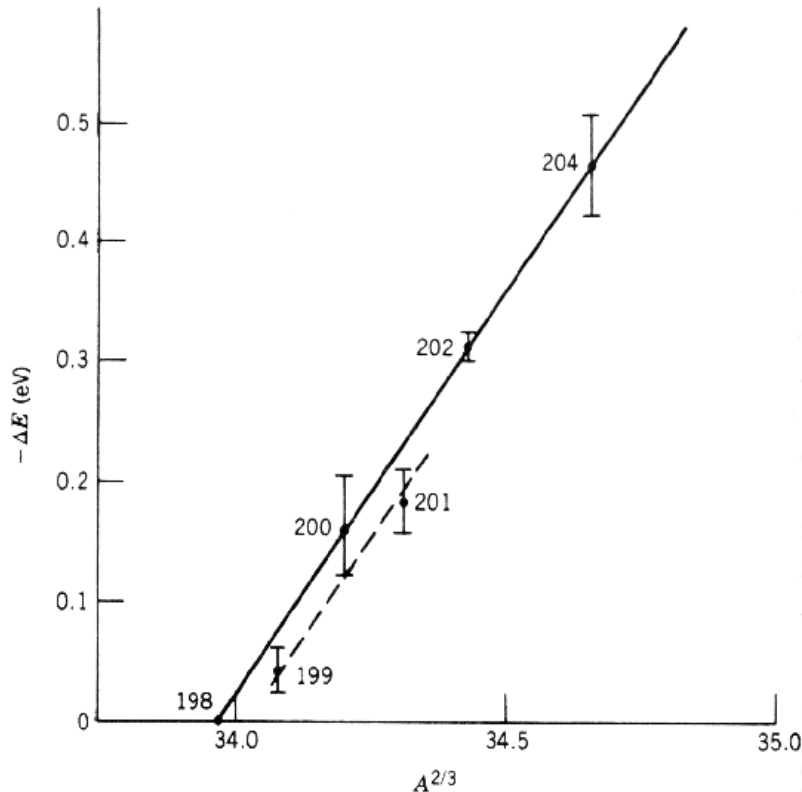
$$= \Delta E(A') - \Delta E(A) = \frac{2}{5} \frac{Z^4 e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{R(A')^2 - R(A)^2}{a_0^3} = -\frac{2}{5} \frac{Z^4 e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{R_0^2}{a_0^3} (A^{2/3} - A'^{2/3})$$

$$R = R_0 A^{1/3}$$

Метод на изотопното отместване

Резултати

Изотопно отместване за ядрата на Hg P.L. Lee et al, Phys Rev C 17, 1859 (1978)



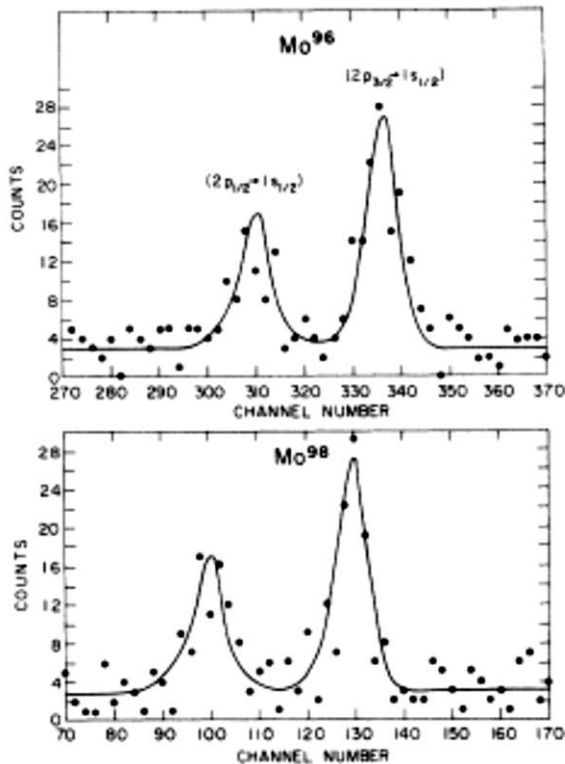
- зависимостта $A^{2/3}$ се изпълнява;
- при детайлно отчитане на вълновата функция на 1s електроните (релативно) от наклона на кривите се получава: $R_0 = 1.2 \text{ fm}$
- наблюдава се четно-нечетено зигзагообразно поведение, дължащо се на орбитата на последния (несдвоен) нуклон;

Метод на изотопното отместване

Разновидности

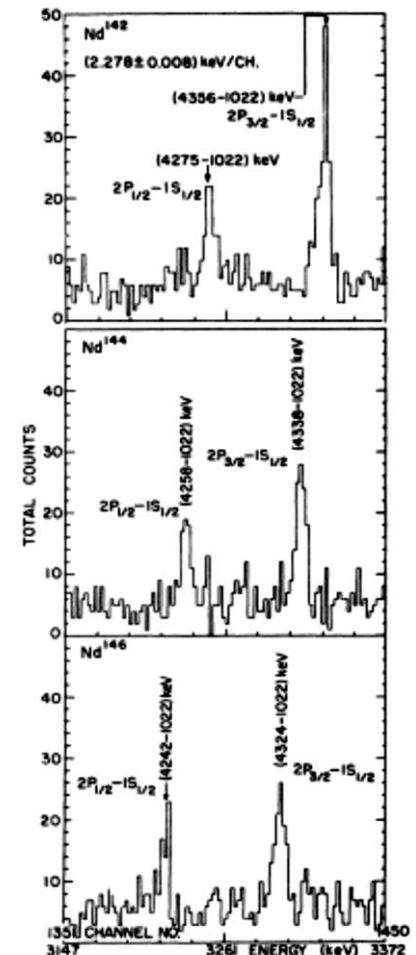
- оптично изотопно отместване ($\Delta E/E_0 \sim 10^{-6}$);
- мюонно К рентгеново изотопно отместване:

$$E_k(A) - E_k(A') = -\frac{2}{5} \frac{Z^4 e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{R_0^2}{a_0^3} (A^{2/3} - A'^{2/3}) \quad a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} \quad m_\mu = 207 m_e$$



C. Chasman *et al.*,
PRL 14, 718(1965)

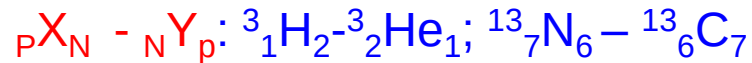
T. T. Bardin *et al.*,
PRL 16, 718(1966)



Метод на изотопното отместване

Разновидности

- оптично изотопно отместване ($\Delta E/E_0 \sim 10^{-6}$);
- мюонно К рентгеново изотопно отместване:
- метод на огледалните ядра



$$E_c = \frac{3}{5} \frac{e^2 Z^2}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$\Delta E_c = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} [Z^2 - (Z-1)^2] = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} [2Z-1]$$

$$Z, \quad N = Z - 1, \quad A = 2Z - 1$$

$$R = R_0 A^{1/3}$$

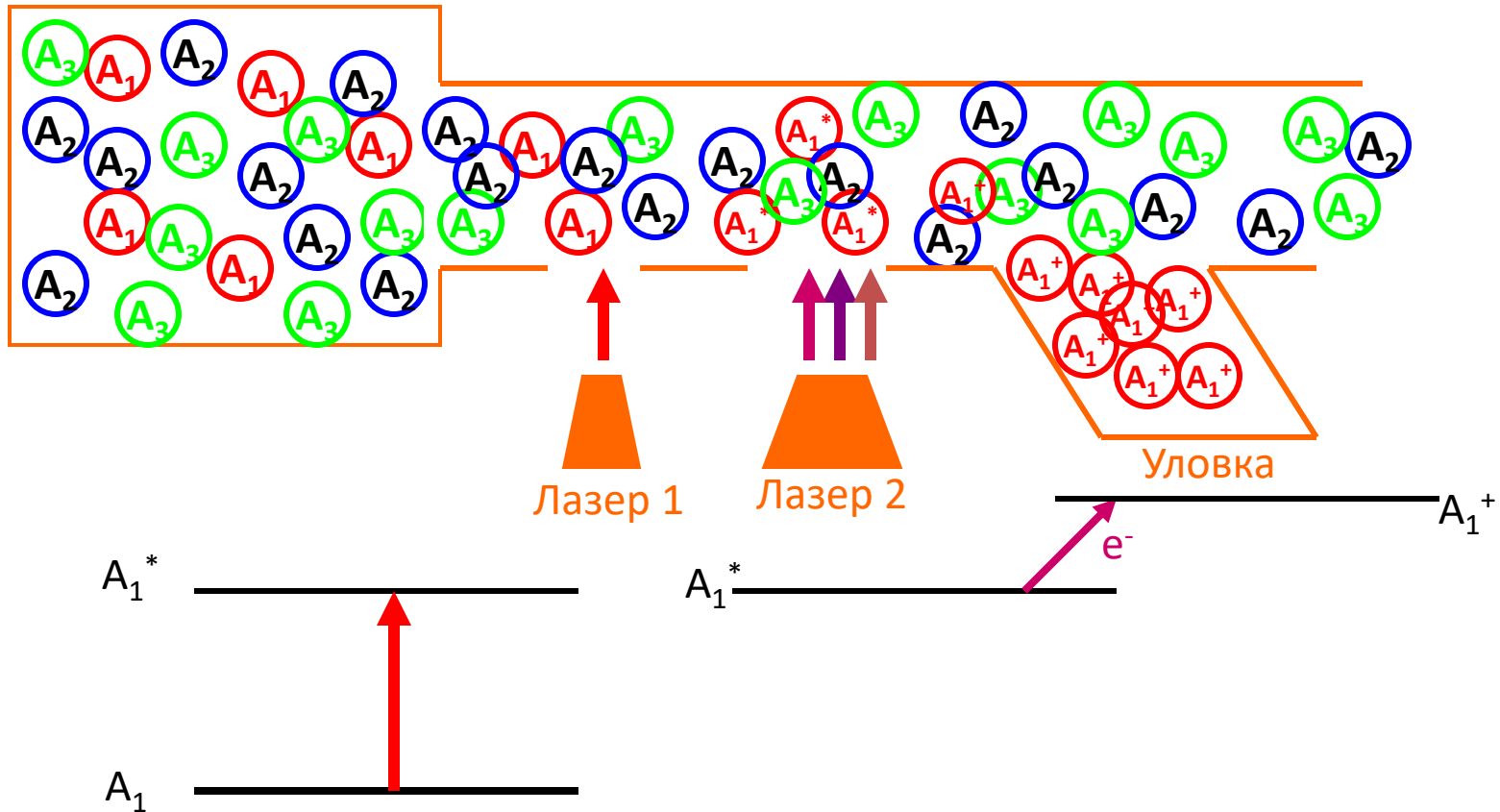
$$= \frac{3}{5} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R_0} A^{2/3}$$

$$R = R_0 A^{1/3} \quad R_0 = 1.2 \div 1.25 \text{ fm}$$

Лазерен метод за разделяне на изотопи

Източник на
неутрални атоми

$$\Delta E_k(A) = -\frac{2}{5} \frac{Z^4 e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{R_0^2 A^{2/3}}{a_0^3}$$

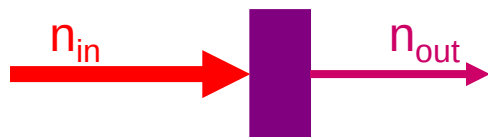


Методи за измерване разпределението на ядрената материя

Ръдърфордовско разсейване

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zz'e^2}{4E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

Директни реакции



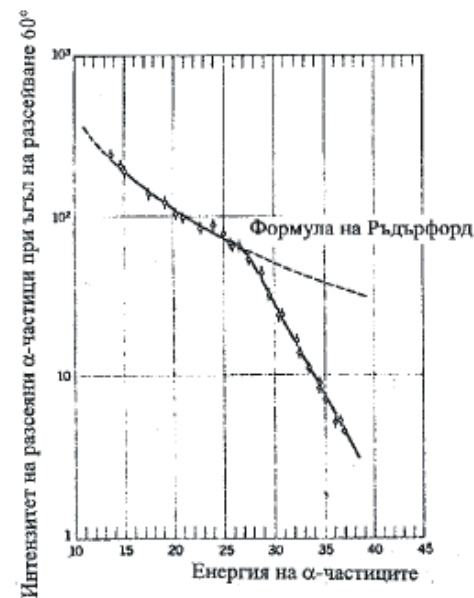
$$\sigma_I = \pi [R_I(p) + R_I(t)]^2$$

α -разпад, π -мезонно рентгеново отместване

Разпределението на ядрената материя съвпада с плътността на електричните заряди в ядрото!!!

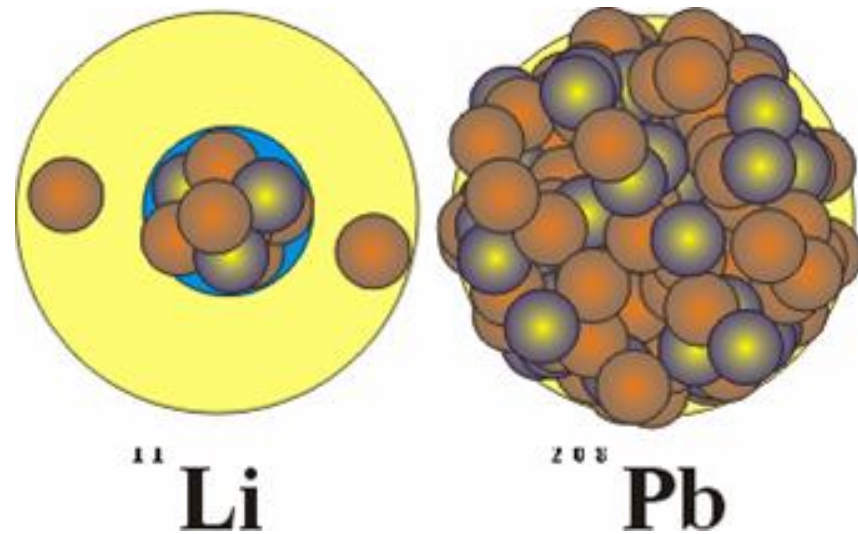
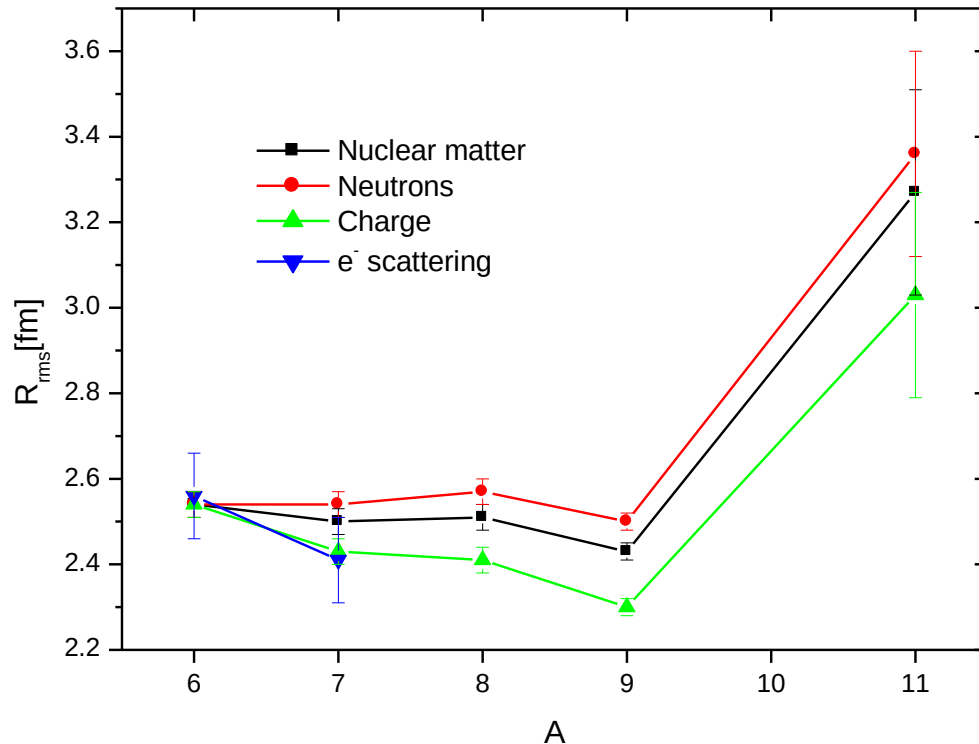
$$R = R_0 A^{1/3}$$

$$R_0 = 1.2 \div 1.25 \text{ fm}$$



Така ли е наистина?

I. Tanihata *et al.*, Phys. Rev. Lett. 55, 2676 (1985)



Към днешна дата
неутронно хало е
наблюдавано до ^{19}C

За ядра далеч от линията на стабилност се наблюдават драстични отклонения от очакваните радиуси, които са свързани с съществуването на неутронно хало и неутронни кожи!