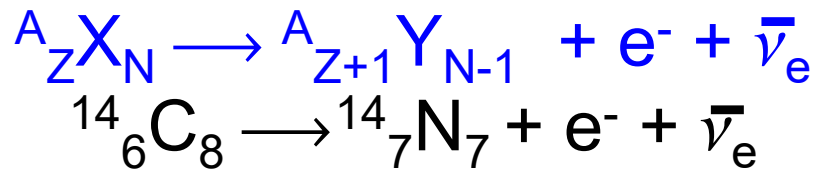
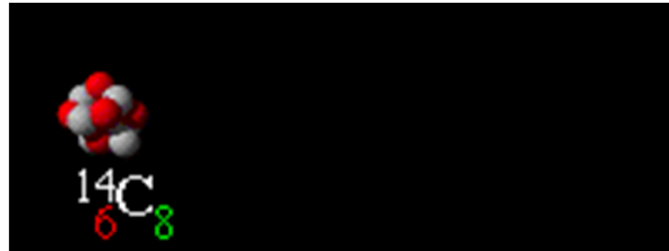


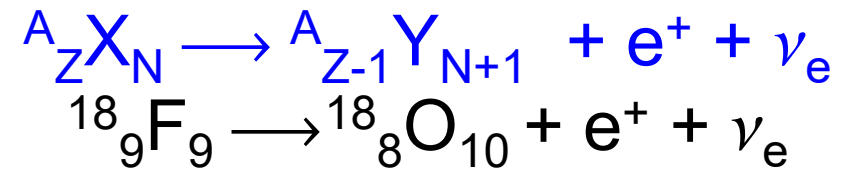
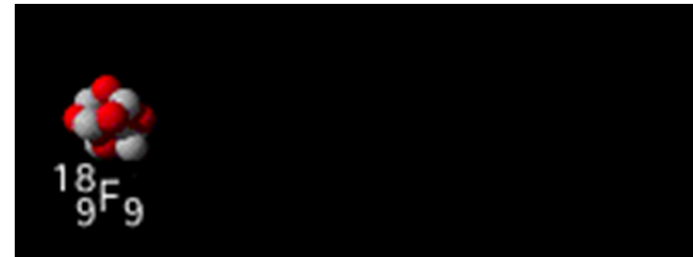
β - разпад

Видове

β - минус

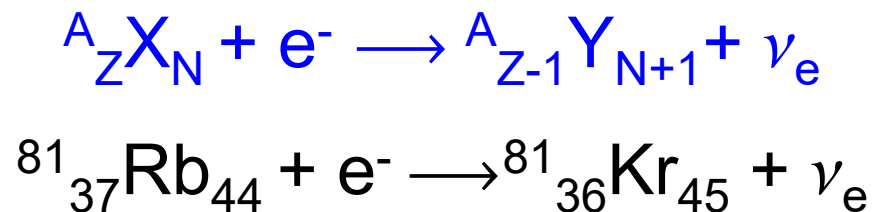
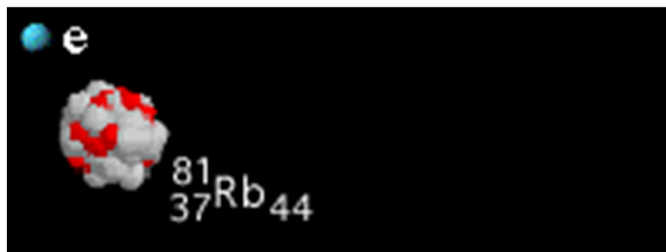


β - плюс

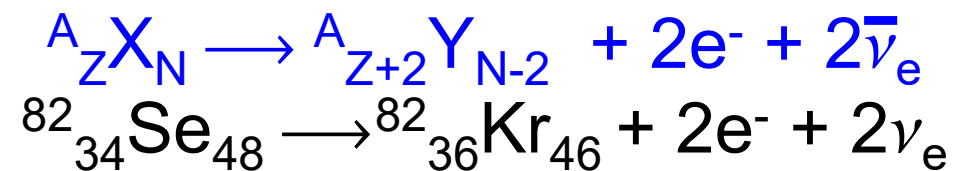
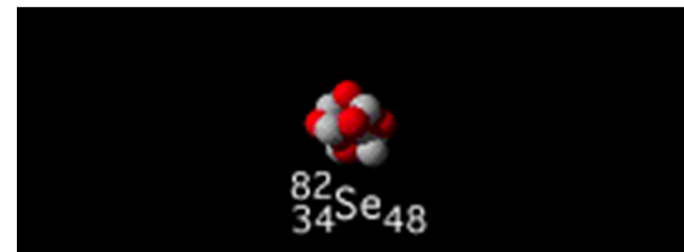


Pauli (1931) – **неутрино** – неутрална, безмасова (?) частица със спин 1/2, която отнася част от енергията и импулса на процеса

електронен захват

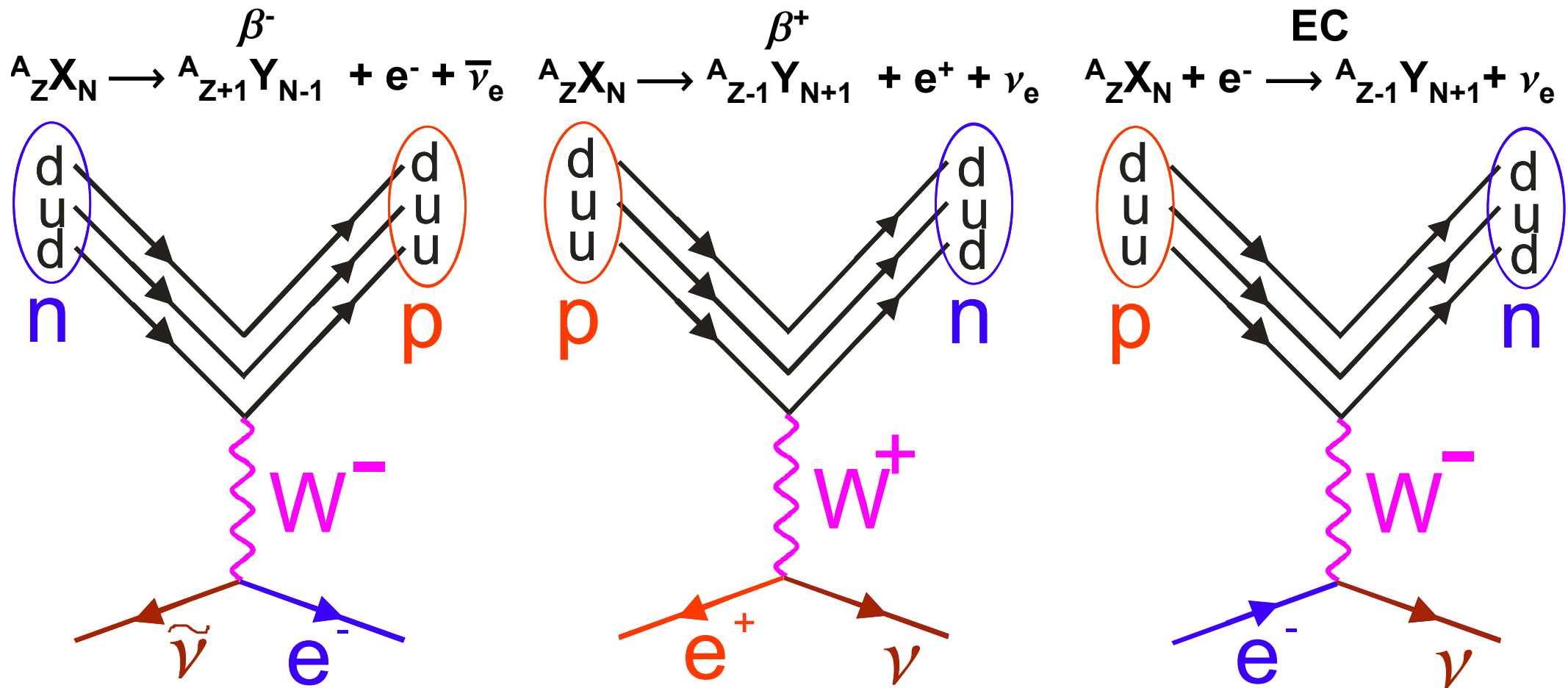


двоен β -разпад

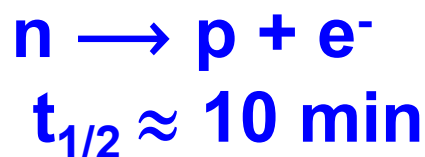


Идея за микроскопичното обяснение на β -разпада

Слабо ядрено взаимодействие – $W^{+,-}$ (80 GeV/c²), Z^0 (91 GeV/c²)



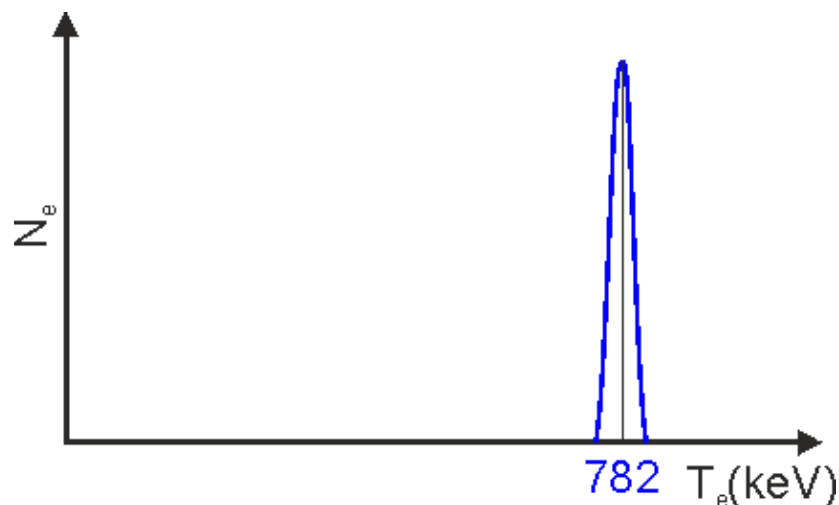
Непрекъснат спектър



$$Q = (m_n - m_p - m_e)c^2 = 782 \text{ keV}$$

$$T_p \approx 0.3 \text{ keV}$$

$$Q = T_p + T_e$$



$$Q = T_p + T_e + T_{\bar{\nu}}$$

$$0(T_{\bar{\nu}} = Q) \leq T_e \leq Q(T_{\bar{\nu}} = 0)$$

$$Q = 0.782(13) \text{ MeV} =$$

$$= m_n c^2 - m_p c^2 - m_e c^2 - m_{\bar{\nu}} c^2 = 939.573 \text{ MeV} - 938.280 \text{ MeV} - 0.511 \text{ MeV} - m_{\bar{\nu}} c^2$$

$$= 0.782 \text{ MeV} - m_{\bar{\nu}} c^2$$

$$m_{\bar{\nu}} c^2 = 0$$

с точност 13 keV

$$E_e = T_e + m_e c^2 = \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4}$$

$$E_{\bar{\nu}} = qc$$

Енергетика на процеса

$$\beta^-: {}^A_Z\mathbf{X}_N \longrightarrow {}^A_{Z+1}\mathbf{Y}_{N-1} + \mathbf{e}^- + \bar{\nu}_e \quad Q_{\beta^-} = \left[m_N({}^A_Z X) - m_N({}^A_{Z+1} X) - m_e \right] c^2$$

$$m({}^A_Z X) c^2 = m_N({}^A_Z X) c^2 + Z m_e c^2$$

$$Q_{\beta^-} = \left[(m({}^A_Z X) - Z m_e) - (m({}^A_{Z+1} X) - (Z+1) m_e - m_e) \right] c^2$$

$$Q_{\beta^-} = \left[(m({}^A_Z X) - m({}^A_{Z+1} X)) \right] c^2 \geq 0$$

$$\beta^+: {}^A_Z\mathbf{X}_N \longrightarrow {}^A_{Z-1}\mathbf{Y}_{N+1} + \mathbf{e}^+ + \nu_e$$

$$Q_{\beta^+} = \left[(m({}^A_Z X) - Z m_e) - (m({}^A_{Z-1} X) - (Z-1) m_e) - m_e \right] c^2$$

$$Q_{\beta^+} = \left[(m({}^A_Z X) - m({}^A_{Z-1} X) - 2 m_e) \right] c^2 \geq 0$$

$$\text{EC}: {}^A_Z\mathbf{X}_N + \mathbf{e}^- \longrightarrow {}^A_{Z-1}\mathbf{Y}_{N+1} + \nu_e$$

$$Q_{\text{EC}} = \left[(m({}^A_Z X) - (Z-1) m_e) - (m({}^A_{Z-1} X) - (Z-1) m_e) \right] c^2$$

$$Q_{\text{EC}} = \left[(m({}^A_Z X) - m({}^A_{Z-1} X)) \right] c^2 \geq 0$$

Ако β^+ разпада е енергетично възможен $\implies$ ЕС също е възможен

Ако ЕС разпада е енергетично възможен $\nRightarrow$ β^+ също е възможен

Теория на Ферми

- $e^-(e^+)$ и $\bar{\nu}(\nu)$ не съществуват преди разпада;
- $e^-(e^+)$ и $\bar{\nu}(\nu)$ са релативистки частици;
- непрекъснатия спектър на $e^-(e^+)$ трябва да възниква като естествен резултат на теорията;

1934 – Ферми – бета разпада се дължи на взаимодействие **много по-слабо** от взаимодействието формиращо ядрените състояния, т.е. вероятността за преход може да се изчисли пертурбативно:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f)$$

Силно ядрено

Слабо ядрено

$$g = 1$$

$$\tau \approx 10^{-20} \text{ s}$$

$$g = 10^{-6}$$

$$\tau \geq 1 \text{ s}$$

Златно правило на Ферми

$$V_{fi} = \int \Psi_f^* \hat{H}_\beta \Psi_i d\nu = \langle \Psi_f | \hat{H}_\beta | \Psi_i \rangle = g \int \underbrace{[\psi_{Nf}^* \varphi_e^* \varphi_\nu^*]}_{\text{Лоренцов инвариант}} \hat{O}_\beta \psi_{Ni} d\nu$$

Лоренцов инвариант $A-V$ взаимодействие

$$E_e = 1 \text{ MeV} \quad p = 1.4 \text{ MeV} / c$$

$$p / \hbar = 0.007 \text{ fm}^{-1} \quad \mathbf{pr} \ll 1$$

$$V_{fi} = \frac{g}{V} \int \psi_{Nf}^* \hat{O}_\beta \psi_{Ni} d\nu \equiv g \frac{M_{fi}}{V} \quad \text{не зависи от енергията на процеса}$$

приближение на разрешени β -разпади

Теория на Ферми

$$d\rho(E_f) = \frac{dn}{dE_f}$$

$$dn_e = \frac{4\pi p^2 dp V}{h^3}$$

$$dn_\nu = \frac{4\pi q^2 dq V}{h^3}$$

$$dn = \frac{[\# \text{ състояния: } p, p + dp] \cdot [\# \text{ състояния в } V]}{h^3}$$

$$d\lambda = \frac{2\pi}{h} |V_{fi}|^2 d\rho = \frac{2\pi}{\hbar} g^2 \frac{|M_{fi}|^2}{V^2} (4\pi)^2 V^2 \frac{p^2 dp q^2}{h^6} \frac{dq}{dE_f}$$

$$E_f = E_e + E_\nu = E_e + c \cdot q \quad \left(\frac{dq}{dE_f} \right)_{E_e - \text{fixed}} = \frac{1}{c}$$

$$d\lambda_e(p) = C p^2 q^2 dp$$

$$d\lambda_e(p) \propto N(p) dp$$

↑
Брои $e^- (e^+)$ с импулс
между p и $p + dp$

$$q = \frac{Q - T_e}{c}$$

$$N(p) = \frac{C}{c^2} p^2 (Q - T_e)^2$$

$$T = E - mc^2$$

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$$

$$N(p) = \frac{C}{c^2} p^2 \left(Q - \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} + m_e c^2 \right)^2$$

Форма на β -спектъра в импулсно представяне

$$N(p = 0) = N(T_e = Q) = 0$$

Теория на Ферми

$$d\lambda_e(p) = C p q^2 p dp$$

$$T = E - mc^2$$

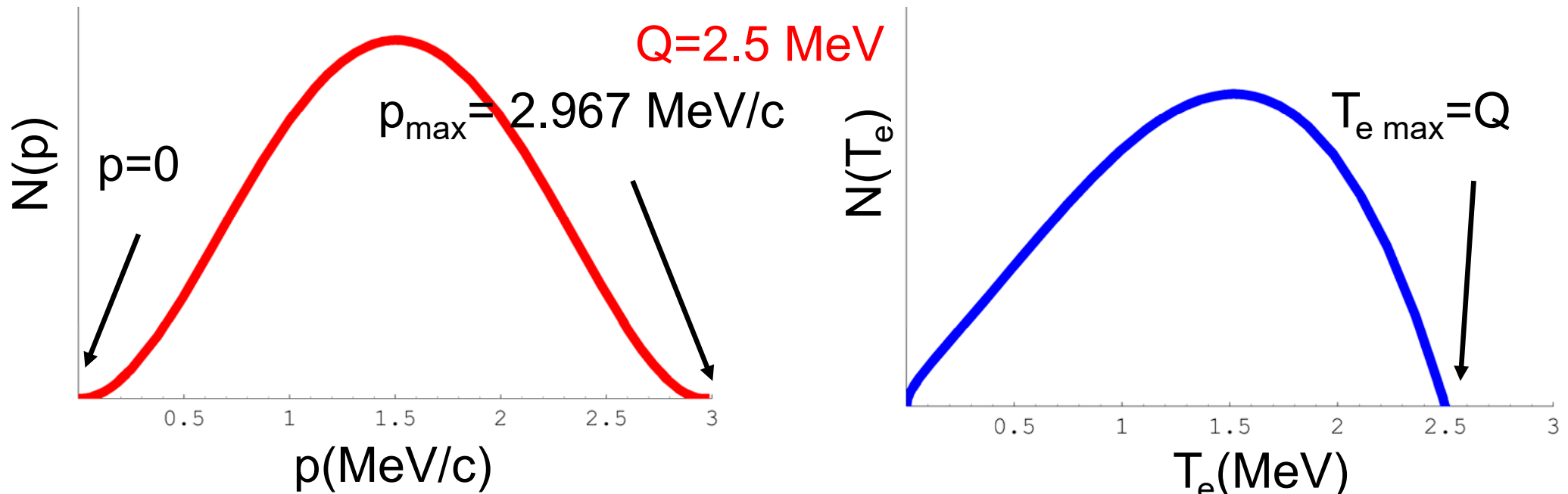
$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$$

$$(T + mc^2)^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

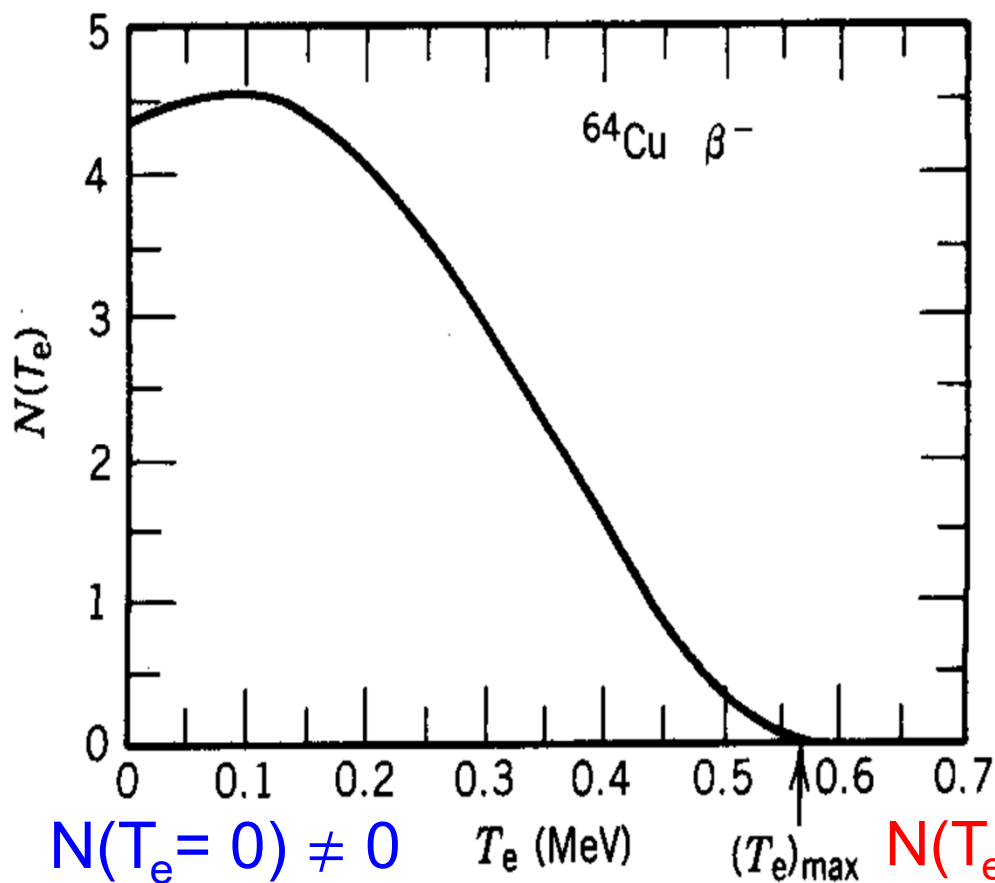
$$p = \sqrt{T_e^2 + 2T_e mc^2} / c \quad p dp = (T_e + mc^2) dT_e / c^2 \quad q = (Q - T_e) / c$$

$$N_e(T_e) = \frac{C}{c^5} \sqrt{T_e^2 + 2T_e mc^2} (Q - T_e)^2 (T_e + mc^2)$$

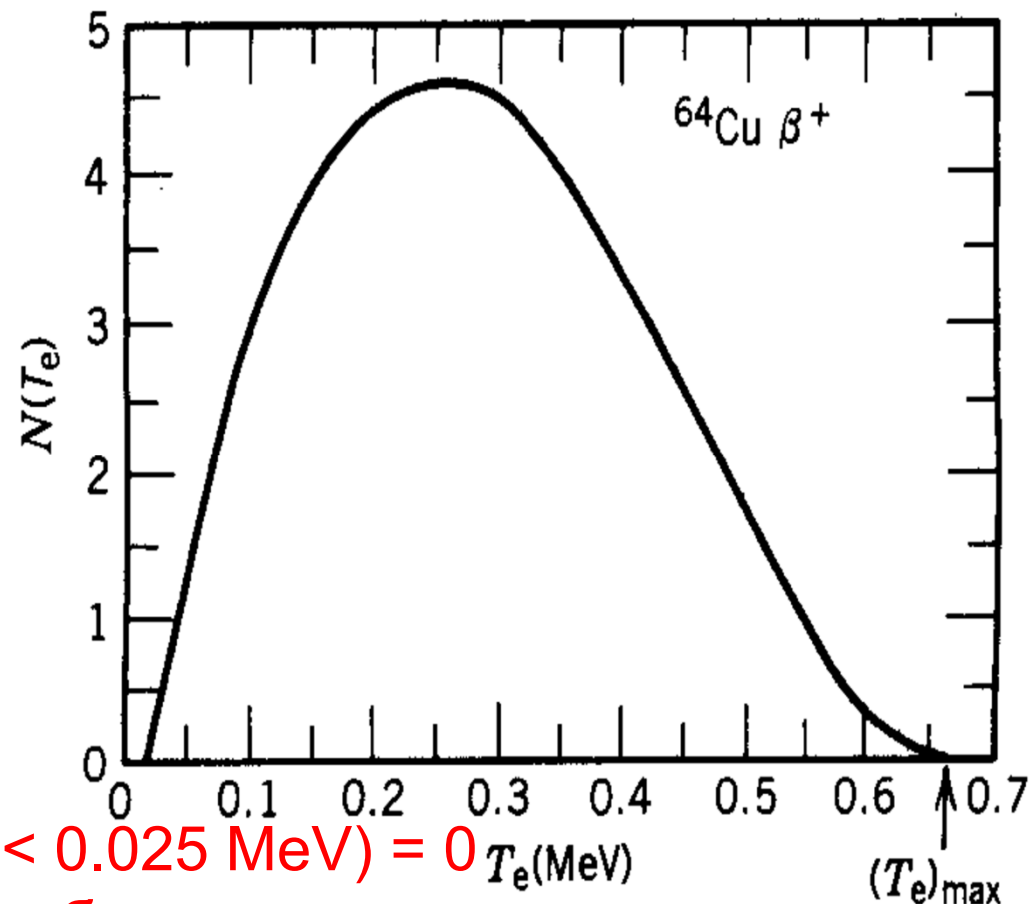
Форма на β -спектъра в енергетично представяне



Функция на Ферми



привличане



отблъскване

$F(Z', p)$ или $F(Z', T_e)$ – функция, която отчита Кулоновото взаимодействие м/у β -частицата и дъщерното ядро

Забранени β -преходи

$$\varphi_e = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p} \cdot \vec{r} / \hbar} \approx \frac{1}{\sqrt{V}} \left(1 + \frac{i\vec{p} \cdot \vec{r}}{\hbar} + \dots \right) \quad \varphi_v = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r} / \hbar} \approx \frac{1}{\sqrt{V}} \left(1 + \frac{i\vec{q} \cdot \vec{r}}{\hbar} + \dots \right)$$

$$V_{fi} = \frac{g}{V} \int \psi^*_{N_f} \hat{O}_\beta \psi_{N_i} dv \equiv g \frac{M_{fi}}{V}$$

разрешени

не зависи от енергията $\Rightarrow$
не оказва влияние на спектъра

степен на забрана – 1,2...

$S(p,q)$ – енергетична зависимост за
забранени преходи

Форма на β -спектъра

- Статистически фактор $p^2(Q-T_e)^2$ – брой достъпни крайни състояния;
- Функция на Ферми $F(Z', p)$ или $F(Z', T_e)$ – отчита взаимодействие м/у β -частицата и дъщерното ядро;
- Форм-фактор $S(p,q)$ – отчита влиянието на матричния елемент на прехода в/у формата на спектъра за забранени преходи

$$N(p) \propto p^2 (Q - T_e)^2 F(Z', p) |M_{fi}|^2 S(p, q)$$

График на Кюри

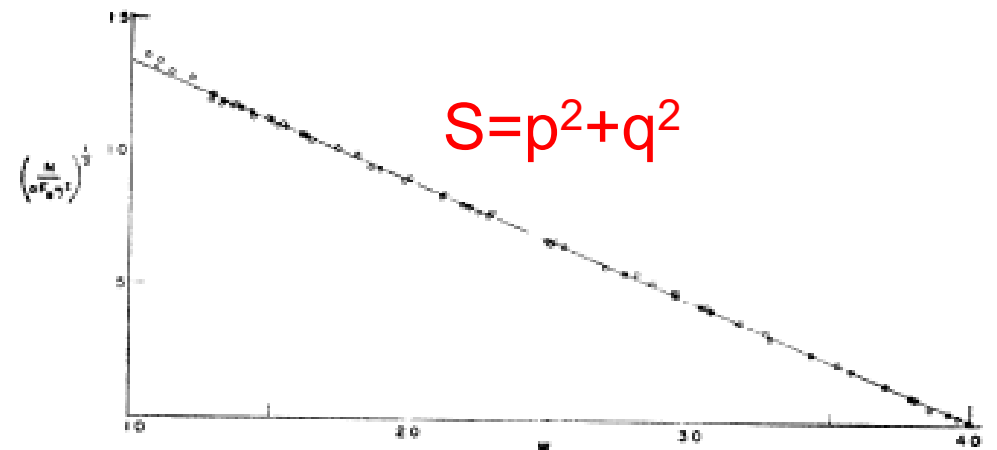
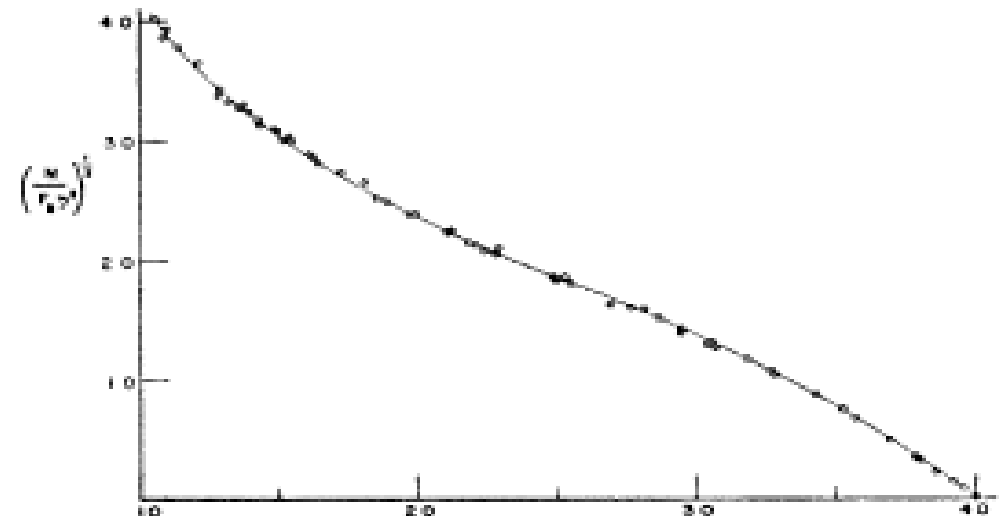
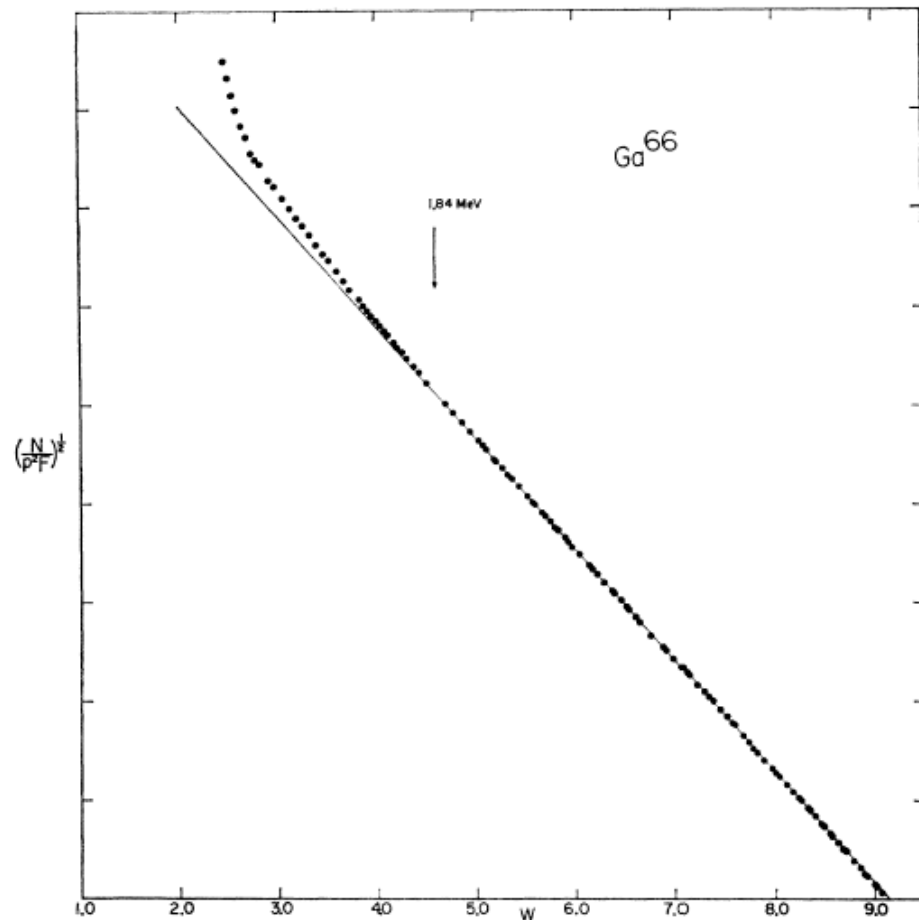
Разрешени

$$(Q - T_e) \propto \sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z', p)}}$$



Забранени

$$(Q - T_e) \propto \sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z', p) S(p, q)}}$$



Приведен период на полуразпад

$$d\lambda = \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} F(Z', p) p^2 (q - T_e)^2 dp \quad - \text{ за разрешени преходи}$$

$$\lambda = \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \int_0^{p_{\max}} F(Z', p) p^2 (q - T_e)^2 dp \quad cp_{\max} = \sqrt{E_0^2 - m_e^2 c^4}$$

Интеграл на Ферми

$$f(Z', E_0) \equiv \frac{1}{(m_e c)^3 (m_e c^2)^2} \int_0^{p_{\max}} F(Z', p) p^2 (q - T_e)^2 dp$$

$$\lambda = \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} (m_e c)^3 (m_e c^2)^2 f(Z', E_0) \quad t_{1/2} = \ln 2 / \lambda$$

$$f(Z', E_0) t_{1/2} = ft_{1/2} = 0.693 \frac{2\pi^3 \hbar^7}{g m_e^5 c^4 |M_{fi}|^2}$$

$$ft: 10^3 \div 10^{20} \text{ s}$$

$\text{Log}_{10} ft: 3 \div 4$ – свръхразрешени преходи

$$g = 0.88 \times 10^{-4} \text{ MeV fm}^3 \iff 0^+ \longrightarrow 0^+ \quad \mathbf{M_{if}} = \sqrt{2}$$

Маса на неутриното

$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu} \quad t_{1/2} \approx 10 \text{ min} \quad Q = 0.782 \text{ MeV} - m_{\bar{\nu}} c^2$$

$$m_{\bar{\nu}} c^2 = 0 \quad \text{с точност } 13 \text{ keV} \quad T_{e \text{ max}} = Q = 0.782 (13) \text{ MeV}$$

Форма на β -спектъра и маса на неутриното

$$\begin{array}{lll} m_{\nu} c^2 \ll Q & T_e \rightarrow Q & E_{\nu} \rightarrow m_{\nu} c^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{чувствителен към масата на} \\ \text{неутриното} \end{array}$$

$$E_{\nu} \gg m_{\nu} c^2$$

$$N(p) = Cp^2 q^2 \frac{dq}{dE_f}$$

Ако $m_{\nu} = 0$

$$E_f = E_e + E_{\bar{\nu}} = E_e + q \cdot c$$

Ако $m_{\nu} \neq 0$

$$E_f = E_e + E_{\bar{\nu}} = E_e + q^2 / 2m_{\bar{\nu}}$$

$$\left(\frac{dq}{dE_f} \right)_{E_e = \text{fixed}} = \frac{1}{c} \quad q = \frac{Q - \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} + m_e c^2}{c}$$

$$\left(\frac{dq}{dE_f} \right)_{E_e = \text{fixed}} = \frac{m_{\bar{\nu}}}{q} \quad q = \left[Q - \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} + m_e c^2 \right]^{1/2}$$

$$N(p) \propto p^2 \left[\frac{Q - \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} + m_e c^2}{c} \right]^2 \frac{1}{c}$$

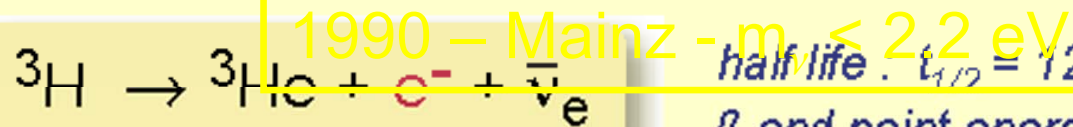
$$N(p) \propto p^2 \left[Q - \sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4} + m_e c^2 \right]^{1/2}$$

$$\frac{dN(p)}{dp} \xrightarrow{p_e \rightarrow p_{\text{max}}} 0$$

$$\frac{dN(p)}{dp} \xrightarrow{p_e \rightarrow p_{\text{max}}} \infty$$

Маса на неутриното

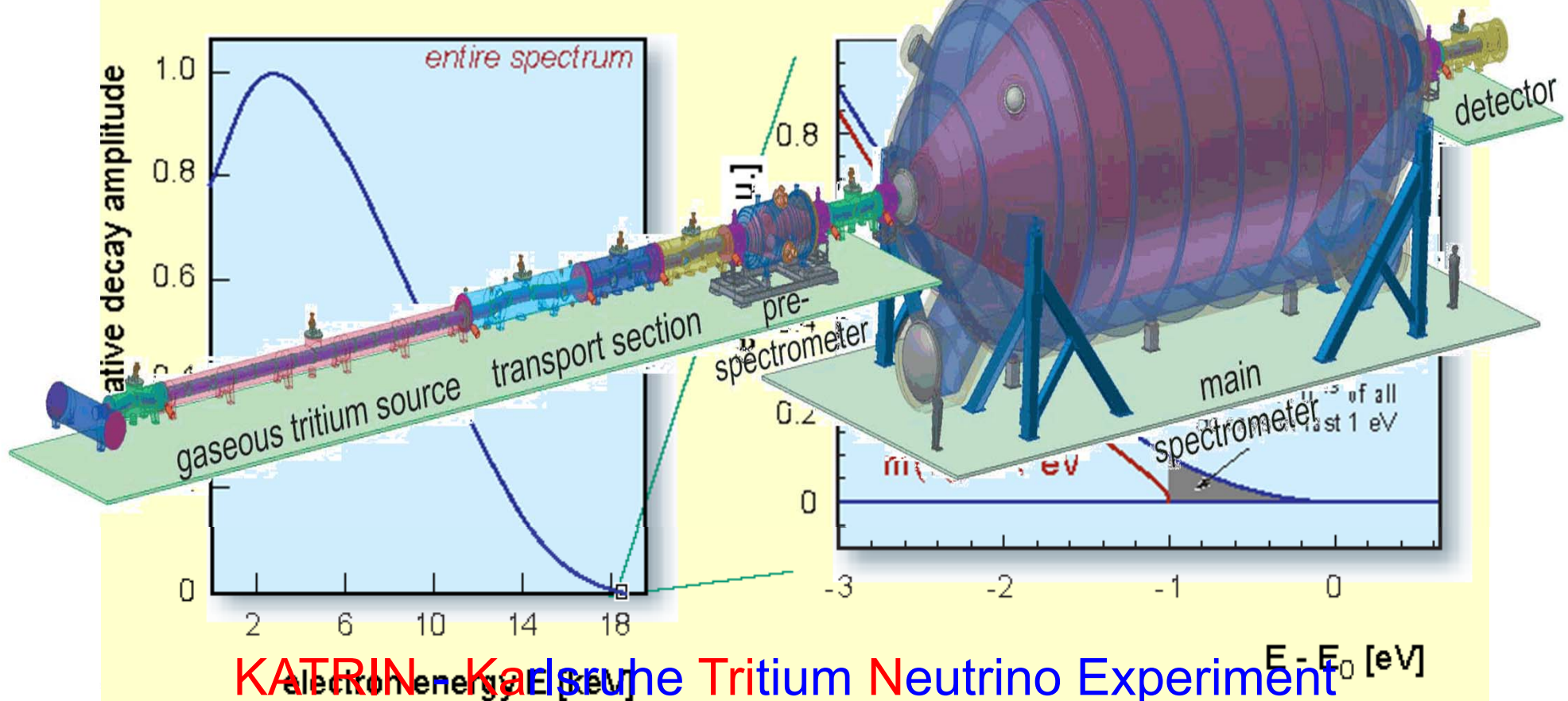
tritium β -decay and the neutrino rest mass



half life : $t_{1/2} = 12.32 \text{ a}$

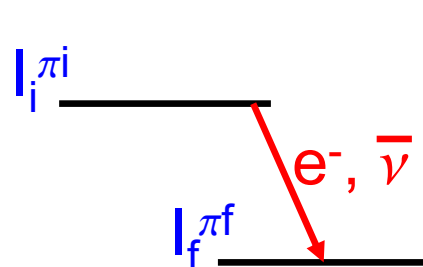
β end point energy : $E_0 = 18.57 \text{ keV}$

superaligned



KATRIN - Karlsruhe Tritium Neutrino Experiment

Правила за отбор за разрешени преходи



$$\left. \begin{aligned} \varphi_e &= \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar} = \frac{1}{\sqrt{V}} \left(\textcircled{1} + \frac{i\vec{p}\cdot\vec{r}}{\hbar} + \dots \right) \\ \varphi_{\bar{\nu}} &= \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}/\hbar} = \frac{1}{\sqrt{V}} \left(\textcircled{1} + \frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar} + \dots \right) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} r=0 \quad l=0 \\ \pi_f \cdot \pi_i = \pi_{e\bar{\nu}} = (-1)^l = 1 \\ \Delta\pi - \text{не} \end{aligned}$$

$$\vec{I}_f = \vec{I}_i + \vec{I}_{e\bar{\nu}} \quad \vec{I}_{e\bar{\nu}} = \vec{S}_{e\bar{\nu}} = \vec{S}_e + \vec{S}_{\bar{\nu}} = \begin{cases} \vec{0} & (0) & - \text{синглет} \\ \vec{1} & (-1 \ 0 \ 1) & - \text{триплет} \end{cases}$$

$$|I_i - I_f| \leq \Delta I \leq I_i + I_f$$

• преходи на Ферми:

$$l=0, S=0 \quad \Delta I=0$$

$\Delta\pi - \text{не}$

• преходи на Гамов-Телер:

$$l=0, S=1 \quad \Delta I=0,1 \text{ (без } 0^+ \rightarrow 0^+)$$

Примери



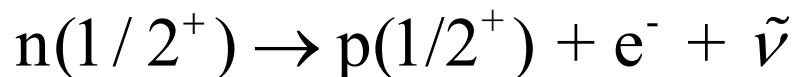
$$\Delta I=0 \quad I_{e\nu}=0$$

чист преход на Ферми



$$\Delta I=1 \quad I_{e\nu}=1$$

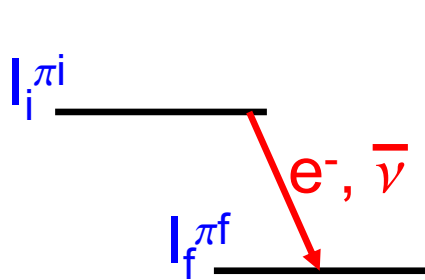
чист преход на Гамов-Телер



$$\Delta I=0,1 \quad I_{e\nu}=0,1$$

смесен преход - Ферми+Гамов-Телер

Правила за отбор за забранени преходи



$$\varphi_e = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar} = \frac{1}{\sqrt{V}} \left(1 + \frac{i\vec{p}\cdot\vec{r}}{\hbar} + \dots \right)$$

$$\varphi_{\tilde{\nu}} = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}/\hbar} = \frac{1}{\sqrt{V}} \left(1 + \frac{i\vec{q}\cdot\vec{r}}{\hbar} + \dots \right)$$

$$P(l=0) = 1$$

$$P(l=1) = (0.04)^2$$

$$P(l=2) = (0.04)^4$$

$$\dots$$

$$1 + (0.04)^1 + (0.04)^2 + \dots$$

$$ft_{1/2} = 0.693 \frac{2\pi^3 \hbar^7}{g m_e^5 c^4 |M_{fi}|^2}$$

$$M_{fi} = g \int [\psi_{Nf}^* \varphi_e^* \varphi_{\tilde{\nu}}^*] \hat{O}_\beta \psi_{Ni} d\nu$$

$$Q = 1 \text{ MeV} \quad T_e = Q \quad p_e = 1.4 \text{ MeV}/c$$

$$P(l=0) \gg P(l=1) \gg P(l=2) \gg \dots$$

$$pR/\hbar = 0.04$$

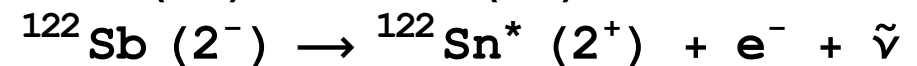
$$l = 0.04 \hbar$$

всяка степен на $p \cdot r$ дава максимум $\ell = 1 \hbar$

Забранени преходи от първи порядък

$$l=1, \quad \pi_f \pi_i = \pi_{e\nu} = (-1)^l = -1 \quad \Delta\pi - \text{да}$$

Ферми преходи: $l=1, S=0: \Delta I = 0, 1$
без $0^+ \rightarrow 0^+$



Г-Т преходи: $l=1, S=1: \Delta I = 0, 1, 2$

	разрешени		забранени		
	свръх	нормални	1 порядък	2 порядък	3 порядък
lgft средно за групата	3-3,5	5	9	15	18

Четност и закон за запазване на четността

$$\vec{r} \xrightarrow{\Pi} -\vec{r} \quad \Pi \equiv \begin{pmatrix} x \rightarrow -x \\ y \rightarrow -y \\ z \rightarrow -z \end{pmatrix} \quad \Pi \equiv \begin{pmatrix} r \rightarrow r \\ \theta \rightarrow \pi - \theta \\ \varphi \rightarrow \pi + \varphi \end{pmatrix} \quad V(\vec{r}) = V(-\vec{r}) \quad |\psi(\vec{r})|^2 = |\psi(-\vec{r})|^2 \quad [\hat{H}, \hat{\Pi}] = 0$$

$$\hat{\Pi}\Psi(\vec{r}) = \pi\Psi(-\vec{r}) \quad \hat{\Pi}^2\Psi(\vec{r}) = \pi^2\Psi(\vec{r}) = \Psi(\vec{r}) \quad \pi = \pm 1$$

<u>Вектори</u>	<u>Псевдовектори</u>
$\hat{\Pi}\vec{V} = -\vec{V} \quad \vec{r}, \vec{v}, \vec{p}, \vec{F}, \vec{E}$	$\hat{\Pi}\vec{V} = \vec{V} \quad \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}, \vec{B} = \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E}$

Четността се запазва абсолютно при силното ядрено и е-м взаимодействия!

А за слабото ядрено?

θ - τ парадокс

$$\Theta^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$$

$$\Pi[\Theta^+] = (-1)(-1) = +1$$

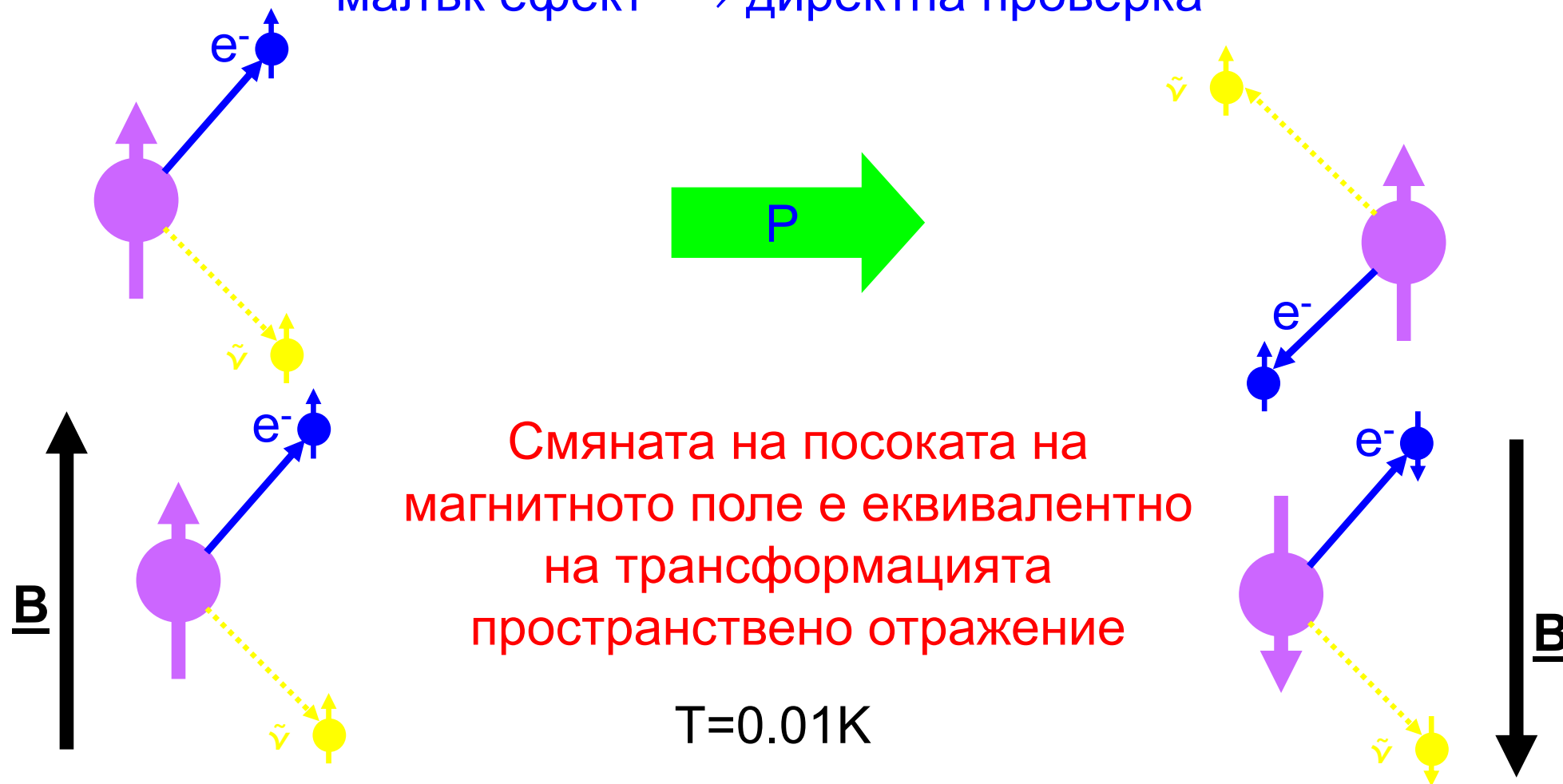
$$\tau^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$$

$$\Pi[\tau^+] = (-1)(-1)(-1) = -1$$

(Lee-Yang 1956) – една и съща частица (K-мезони), но четността не се запазва за слабото ядрено взаимодействие

Експеримент на Ву

малък ефект → директна проверка



Четността се запазва

$$N_{e^-}(\uparrow I) = N_{e^-}(\downarrow I)$$

Четността не се запазва

$$N_{e^-}(\uparrow I) \neq N_{e^-}(\downarrow I)$$

Эксперимент на Ву – Phys. Rev. 105, 1413(1957)

~70% эффект

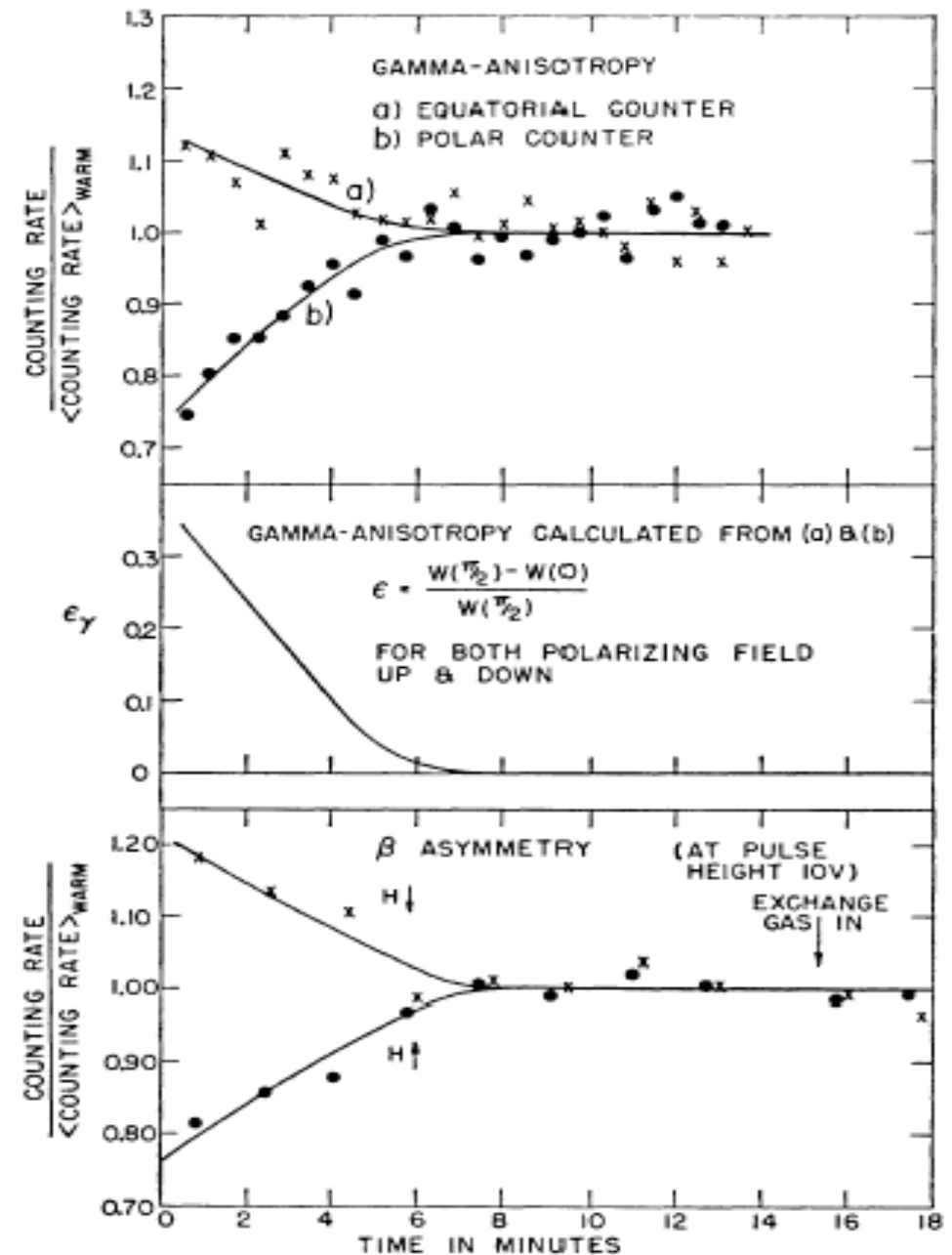
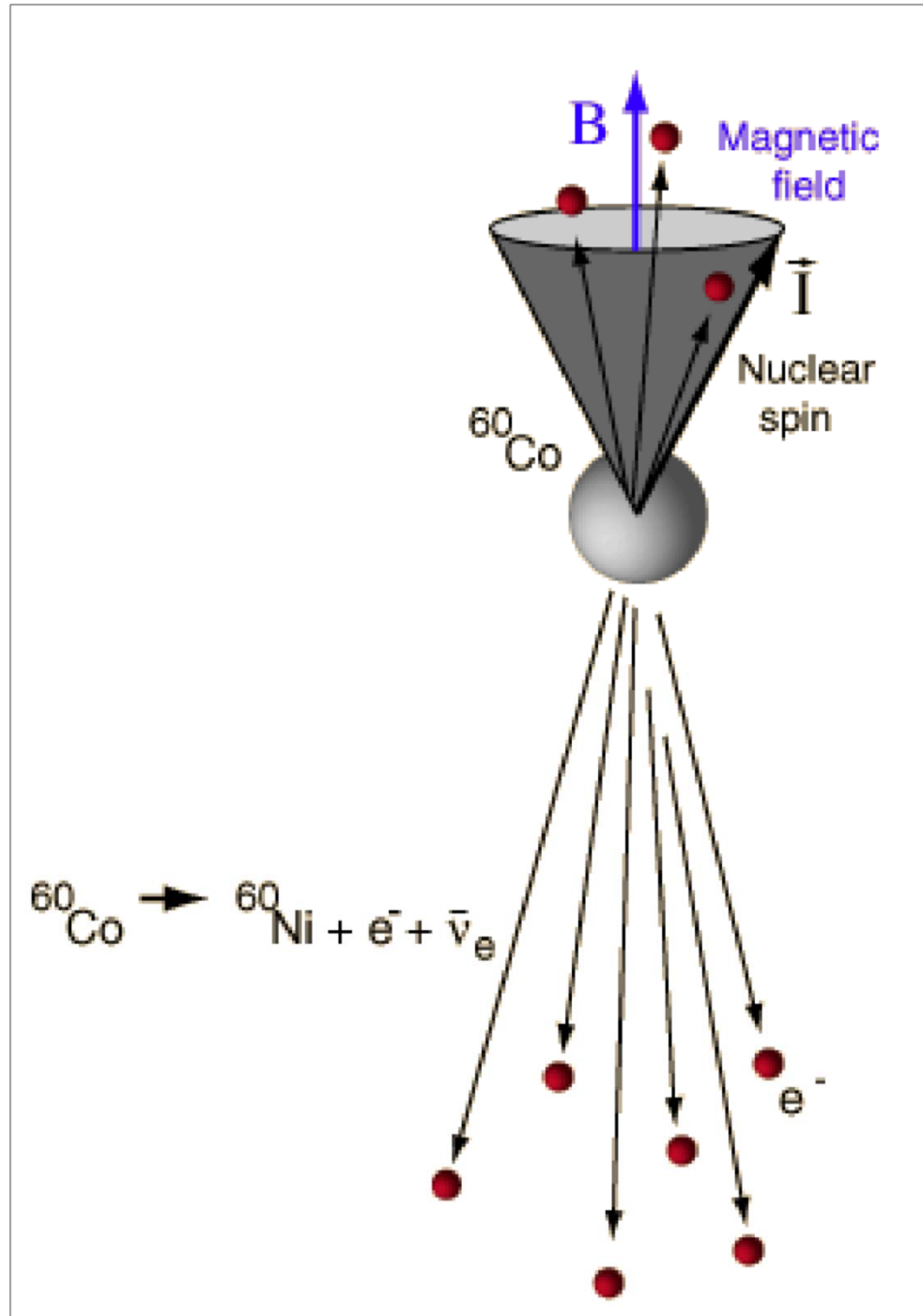


FIG. 2. Gamma anisotropy and beta asymmetry for polarizing field pointing up and pointing down.

CP симметрия

